

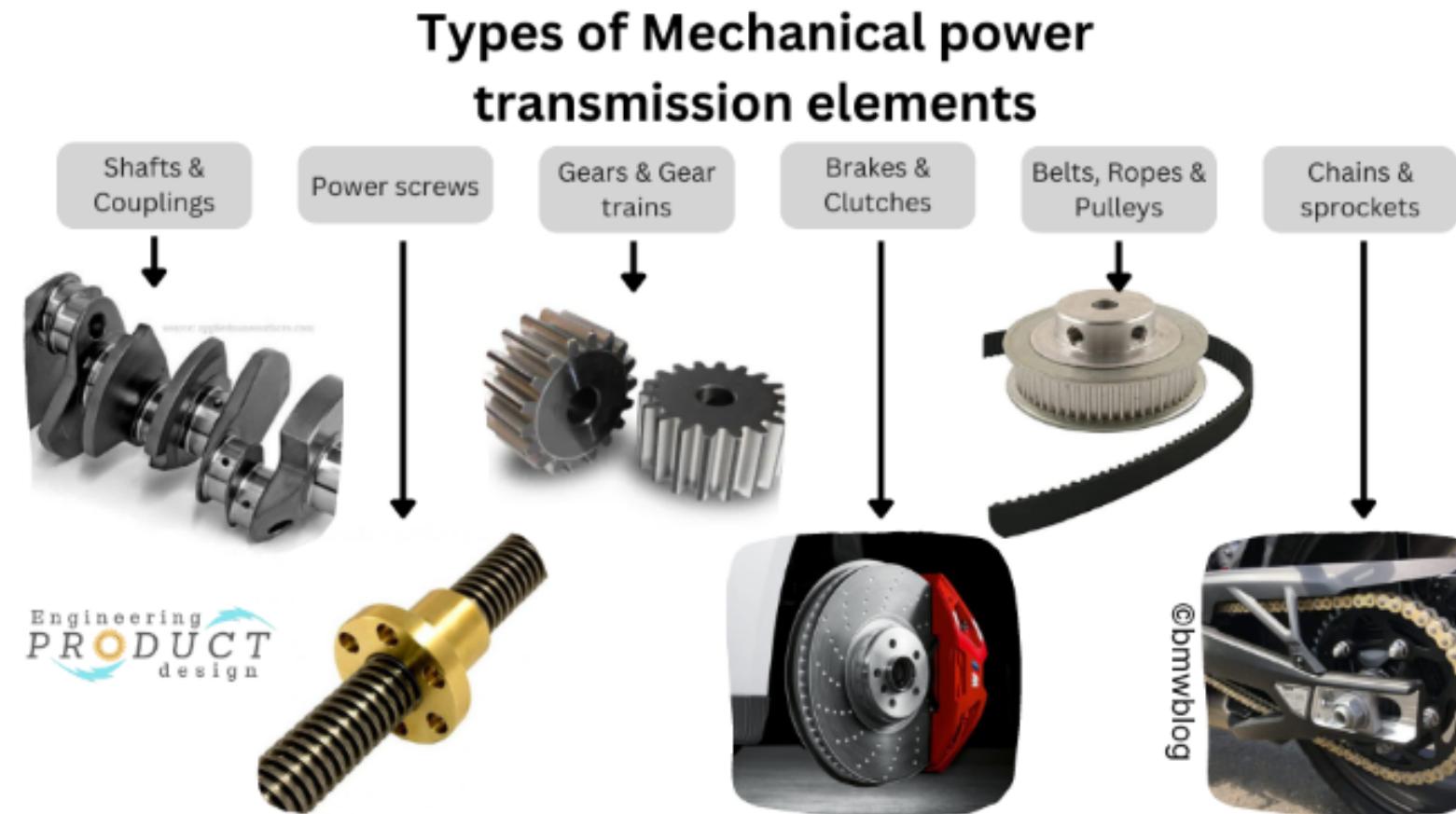
Eléments de Machine
Cours de Construction Mécanique
Première Année
Sections MicroTechnique et Génie Mécanique

14 séances:

1. Introduction
2. Cycle de Vie – Matériaux, Produit et Développement
3. Energie & Puissance
4. Matériaux
5. Frottement
6. Guidages
7. Accouplements
- 8. Transmission de Mouvement et de Moment**
9. Transformation de Mouvement et de Moment
10. Ressorts

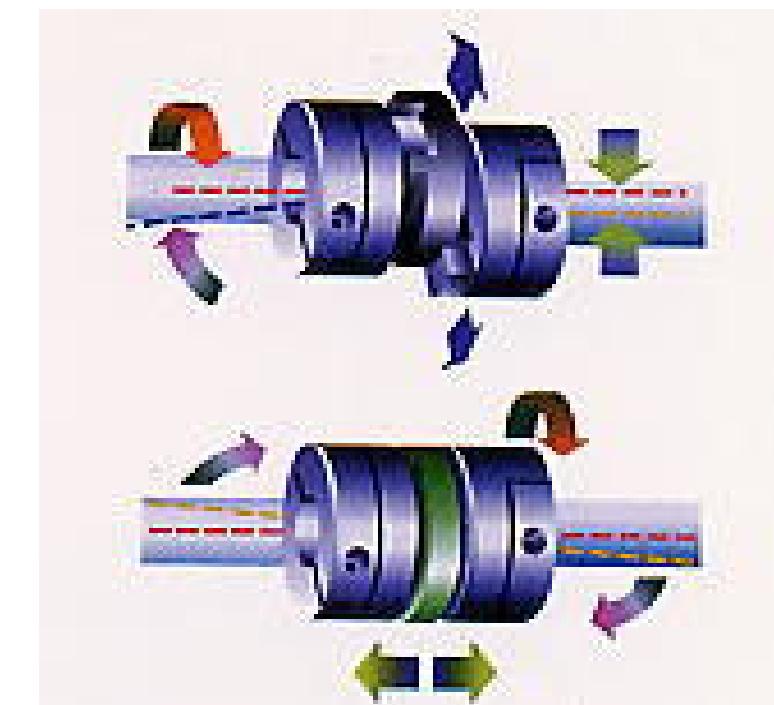
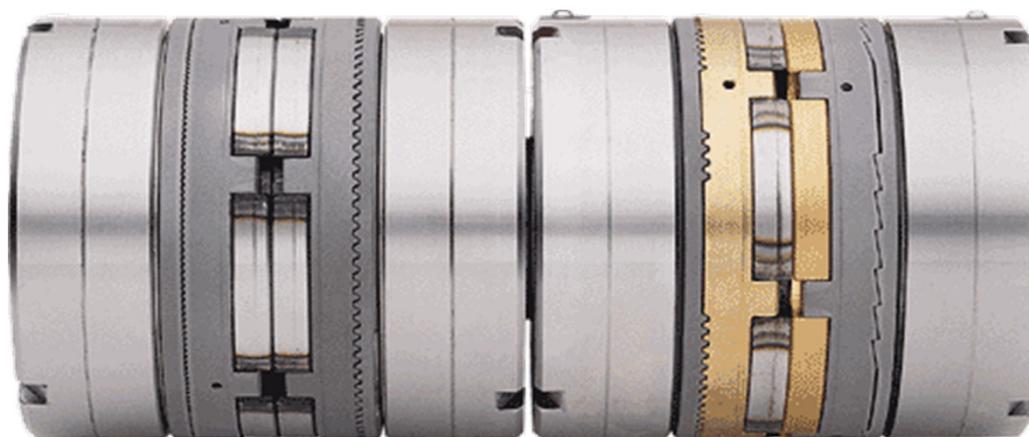
8. Transmission de Puissance

1. Introduction
2. Engrenages
3. Poules - Courroies

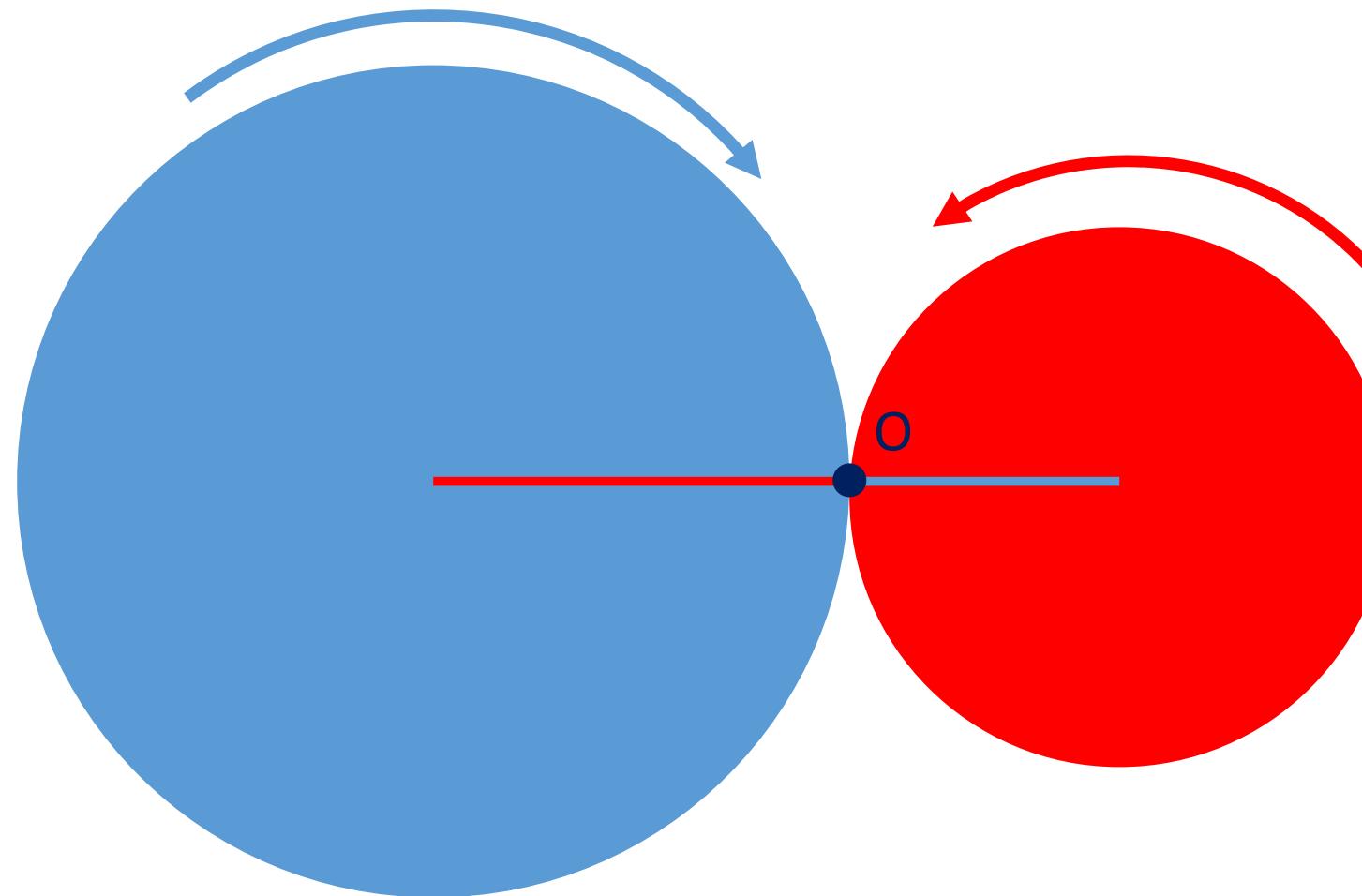


Moment ou Couple?

Adhérence ou Obstacle

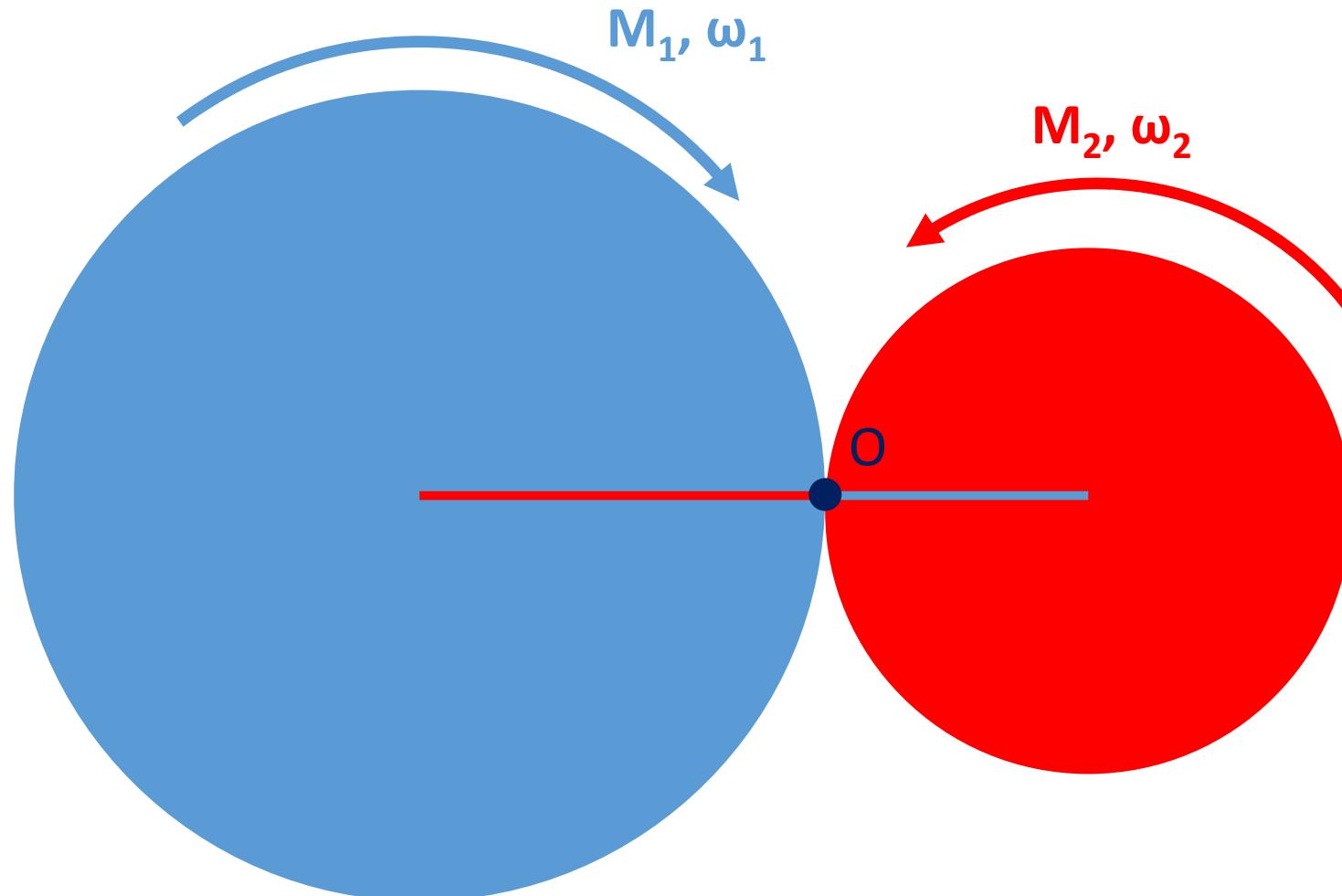


Principe: Adhérence et Roulement sans Glissement au point de contact O
Cinématique au point de contact O



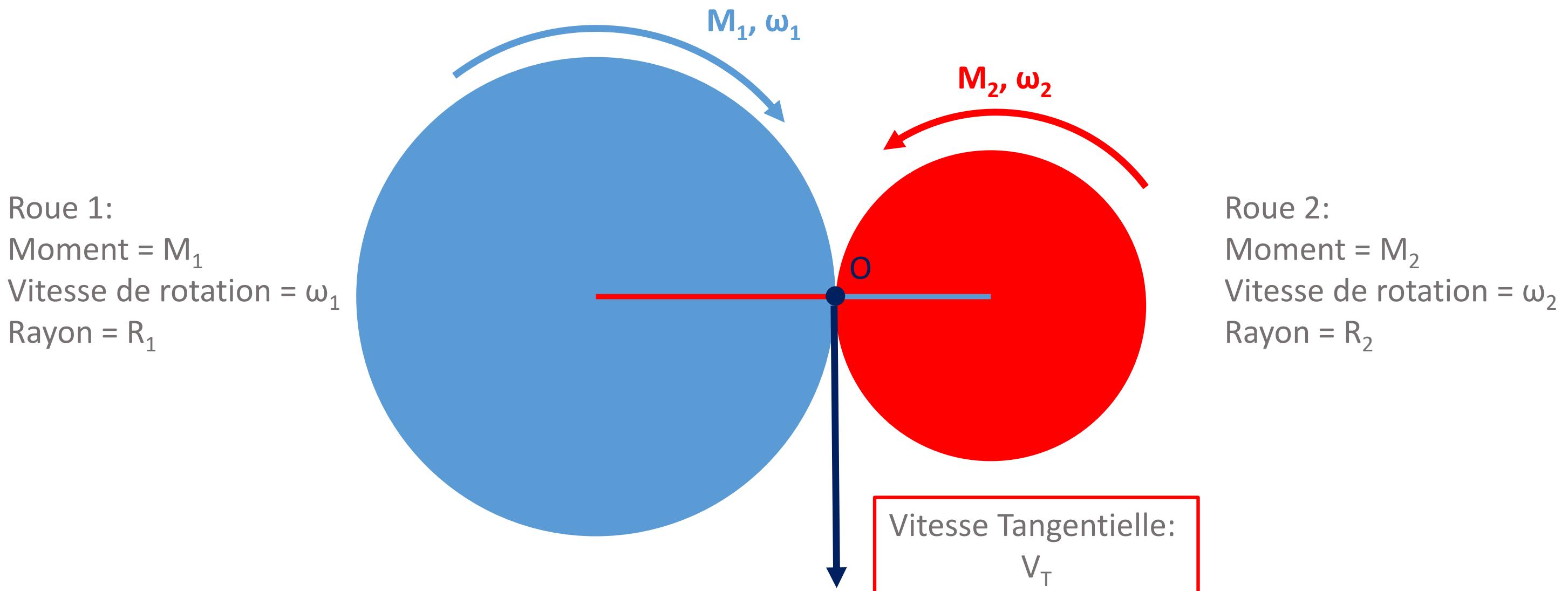
Principe: Adhérence et Roulement sans Glissement au point de contact O
Cinématique au point de contact O

Roue 1:
Moment = M_1
Vitesse de rotation = ω_1
Rayon = R_1



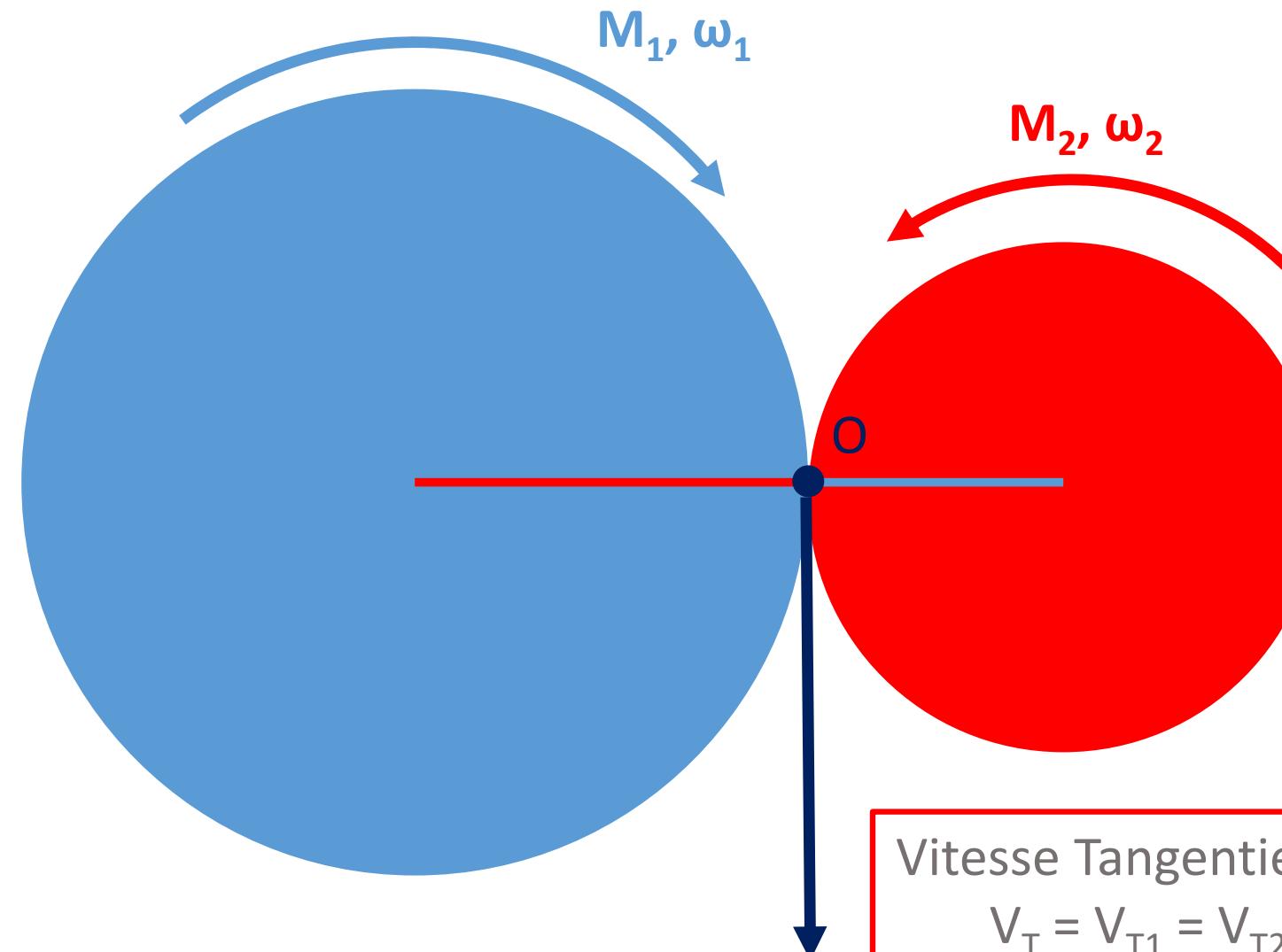
Roue 2:
Moment = M_2
Vitesse de rotation = ω_2
Rayon = R_2

Principe: Adhérence et Roulement sans Glissement au point de contact O
Cinématique au point de contact O



Principe: Adhérence et Roulement sans Glissement au point de contact O
Cinématique au point de contact O

Roue 1:
Moment = M_1
Vitesse de rotation = ω_1
Rayon = R_1

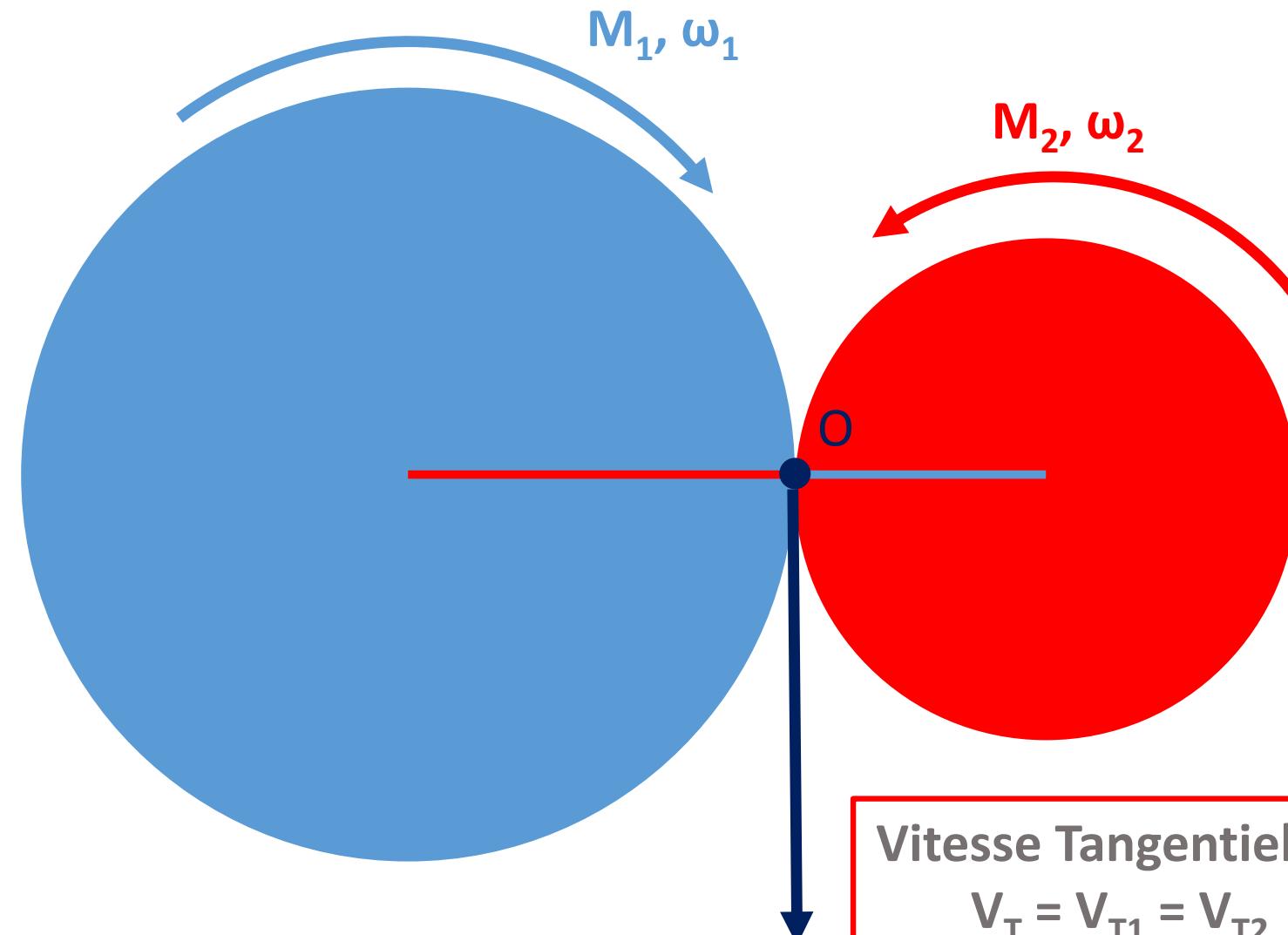


Roue 2:
Moment = M_2
Vitesse de rotation = ω_2
Rayon = R_2

Vitesse Tangentielle:
 $V_T = V_{T1} = V_{T2}$

Principe: Adhérence et Roulement sans Glissement au point de contact O
Cinématique au point de contact O

Roue 1:
Moment = M_1
Vitesse de rotation = ω_1
Rayon = R_1



Roue 2:
Moment = M_2
Vitesse de rotation = ω_2
Rayon = R_2

Vitesse Tangentielle:

$$V_T = V_{T1} = V_{T2}$$
$$V_T = R_1 \cdot \omega_1 = R_2 \cdot \omega_2$$

Principe: Adhérence et Roulement sans Glissement au point de contact O

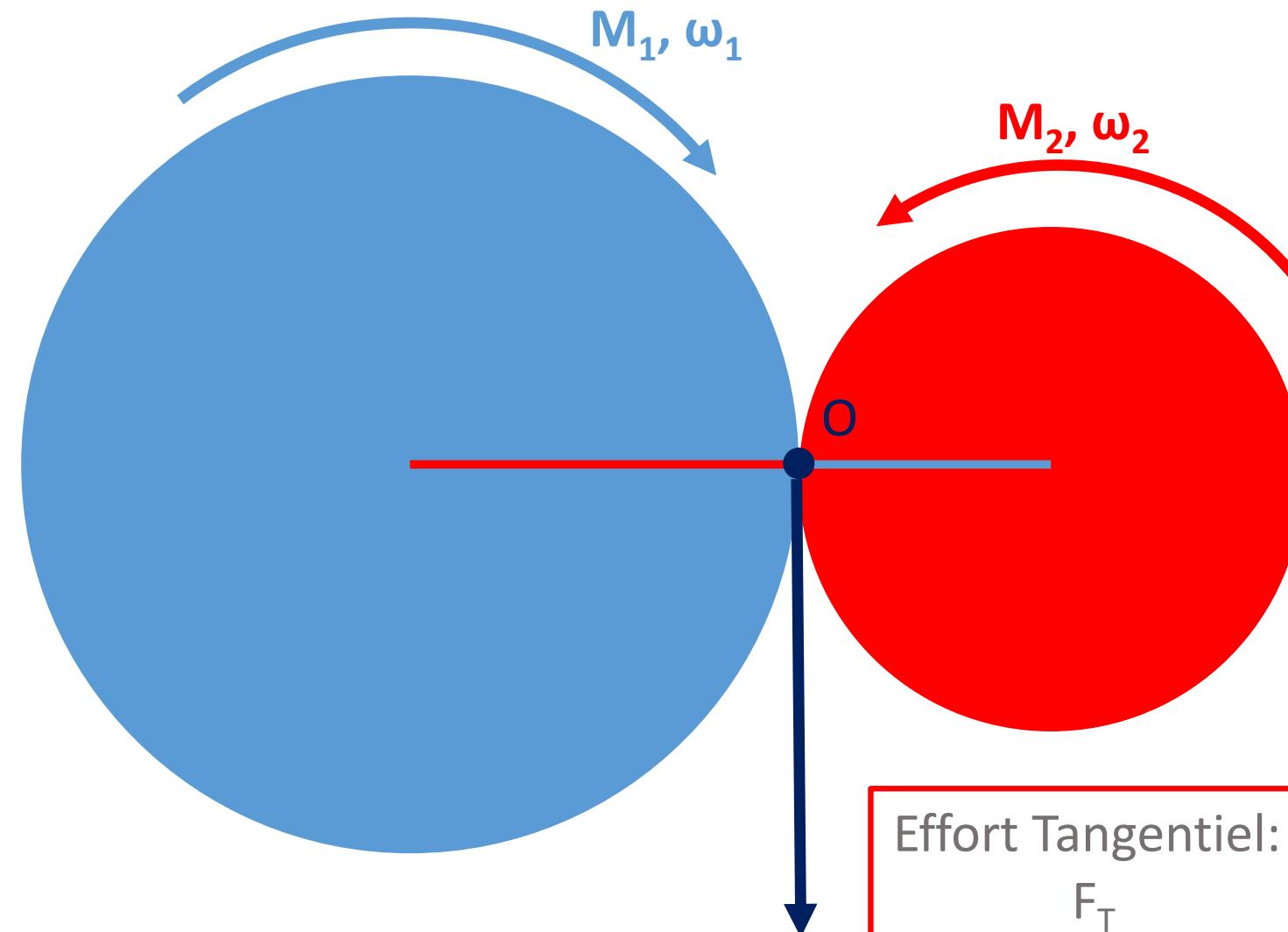
Efforts au point de contact O

Roue 1:

Moment = M_1

Vitesse de rotation = ω_1

Rayon = R_1



Roue 2:

Moment = M_2

Vitesse de rotation = ω_2

Rayon = R_2

Principe: Adhérence et Roulement sans Glissement au point de contact O

Efforts au point de contact O

Roue 1:

Moment = M_1

Vitesse de rotation = ω_1

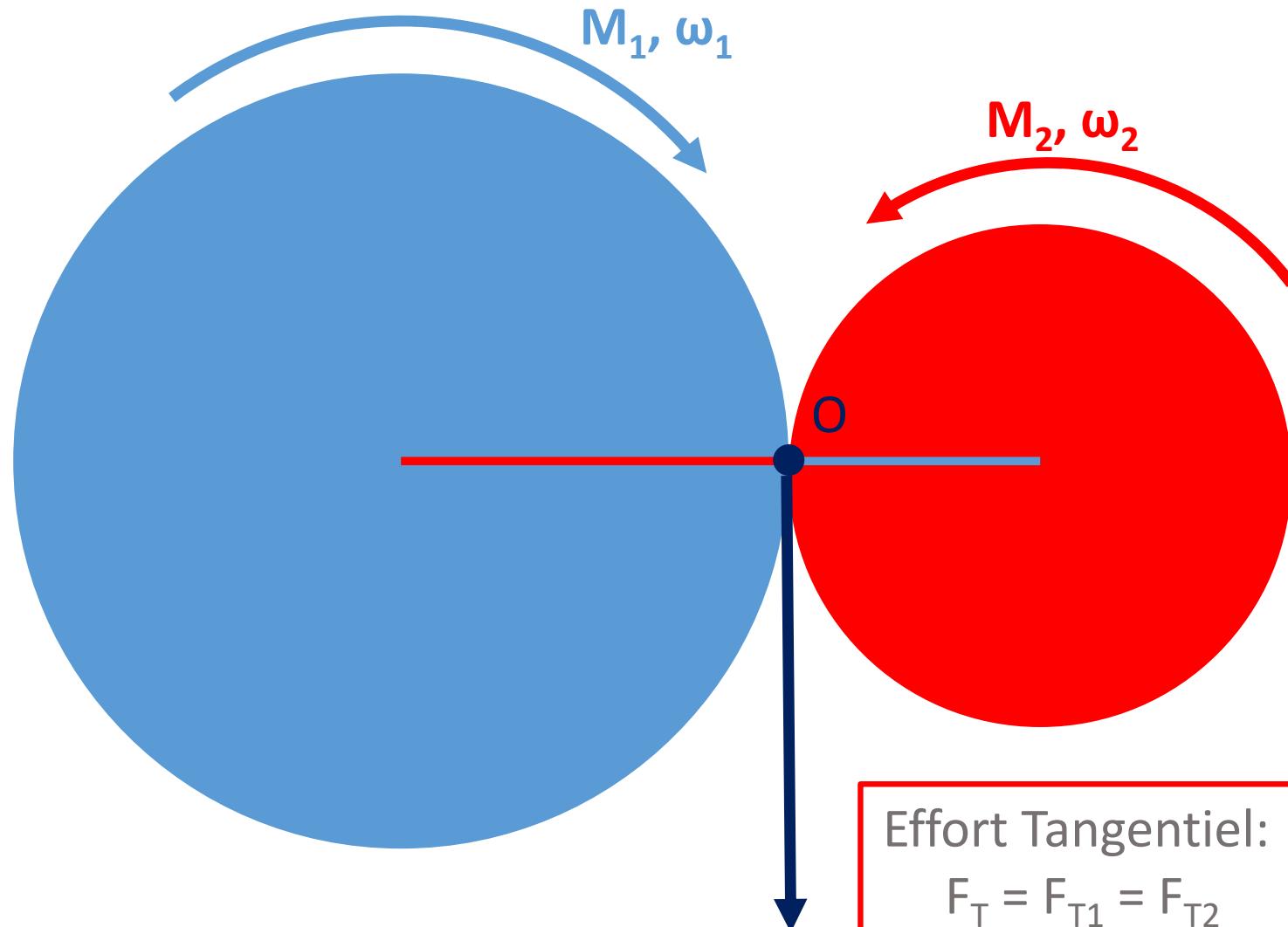
Rayon = R_1

Roue 2:

Moment = M_2

Vitesse de rotation = ω_2

Rayon = R_2



Principe: Adhérence et Roulement sans Glissement au point de contact O

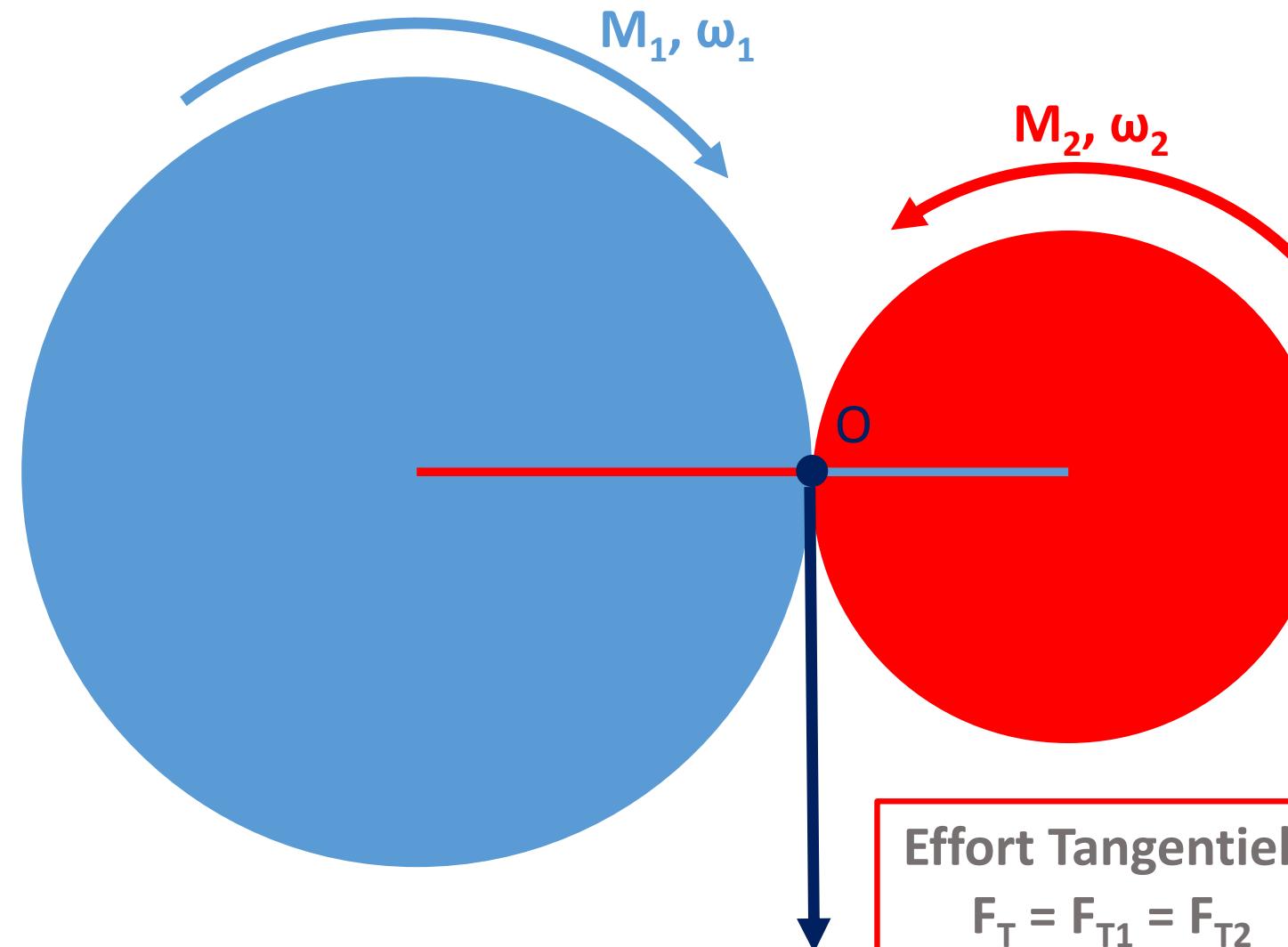
Efforts au point de contact O

Roue 1:

Moment = M_1

Vitesse de rotation = ω_1

Rayon = R_1



Roue 2:

Moment = M_2

Vitesse de rotation = ω_2

Rayon = R_2

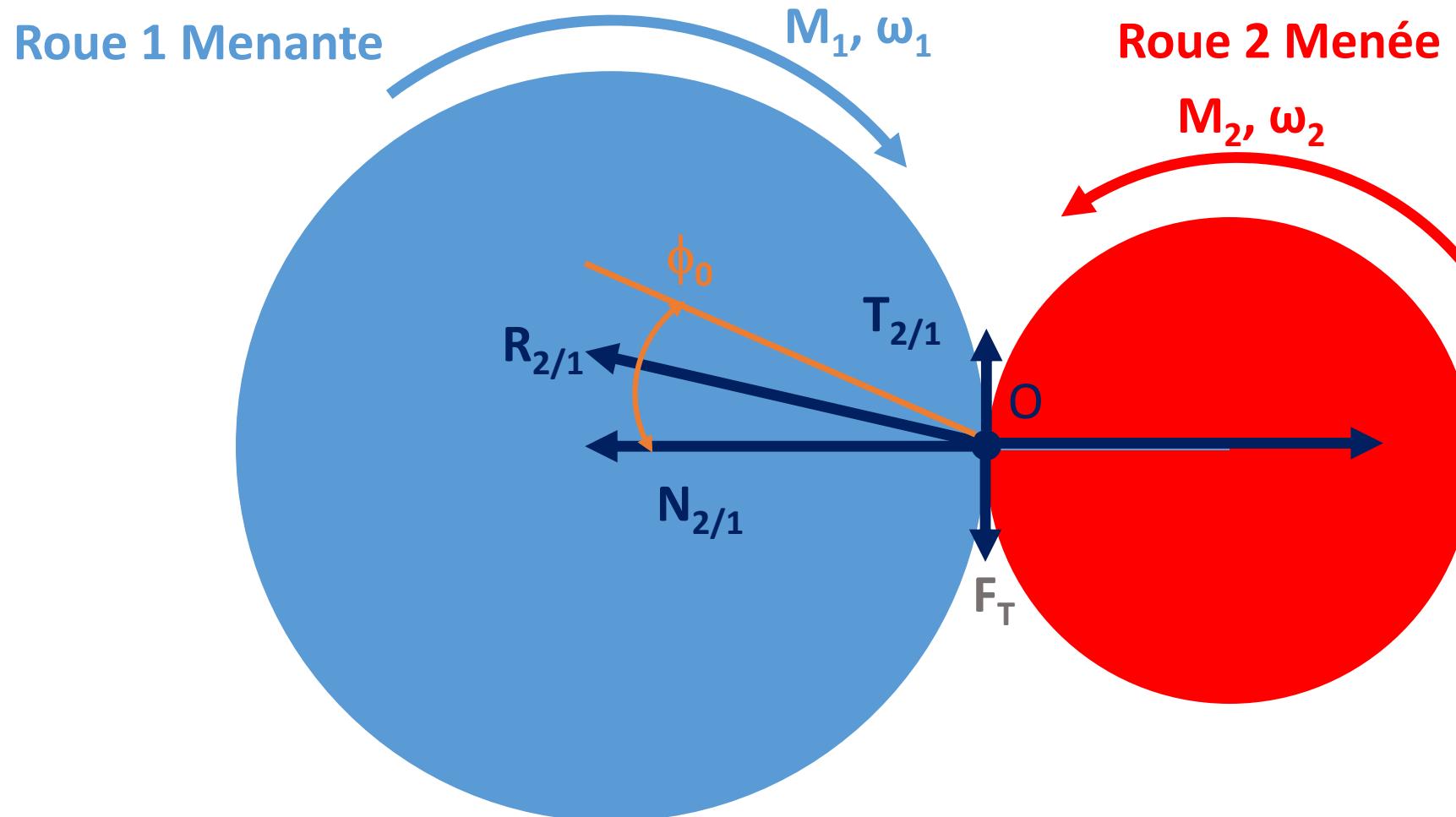
Effort Tangentiel:

$$F_T = F_{T1} = F_{T2}$$

$$F_T = \frac{M_1}{R_1} = \frac{M_2}{R_2}$$

Transmission par adhérence:

Pas de glissement entre les roues 1 et 2 = Roulement sans Glissement, Adhérence



$R_{2/1}$ = Résultante des forces de 2 sur 1

$T_{2/1}$ = Tangente des forces de 2 sur 1

$N_{2/1}$ = Normale des forces de 2 sur 1

$\mu_0 = \tan \phi_0$ = coefficient de frottement statique ou coefficient d'adhérence

Adhérence si:

$$T_{2/1} < N_{2/1} \mu_0$$

La force tangentielle transmise est alors:

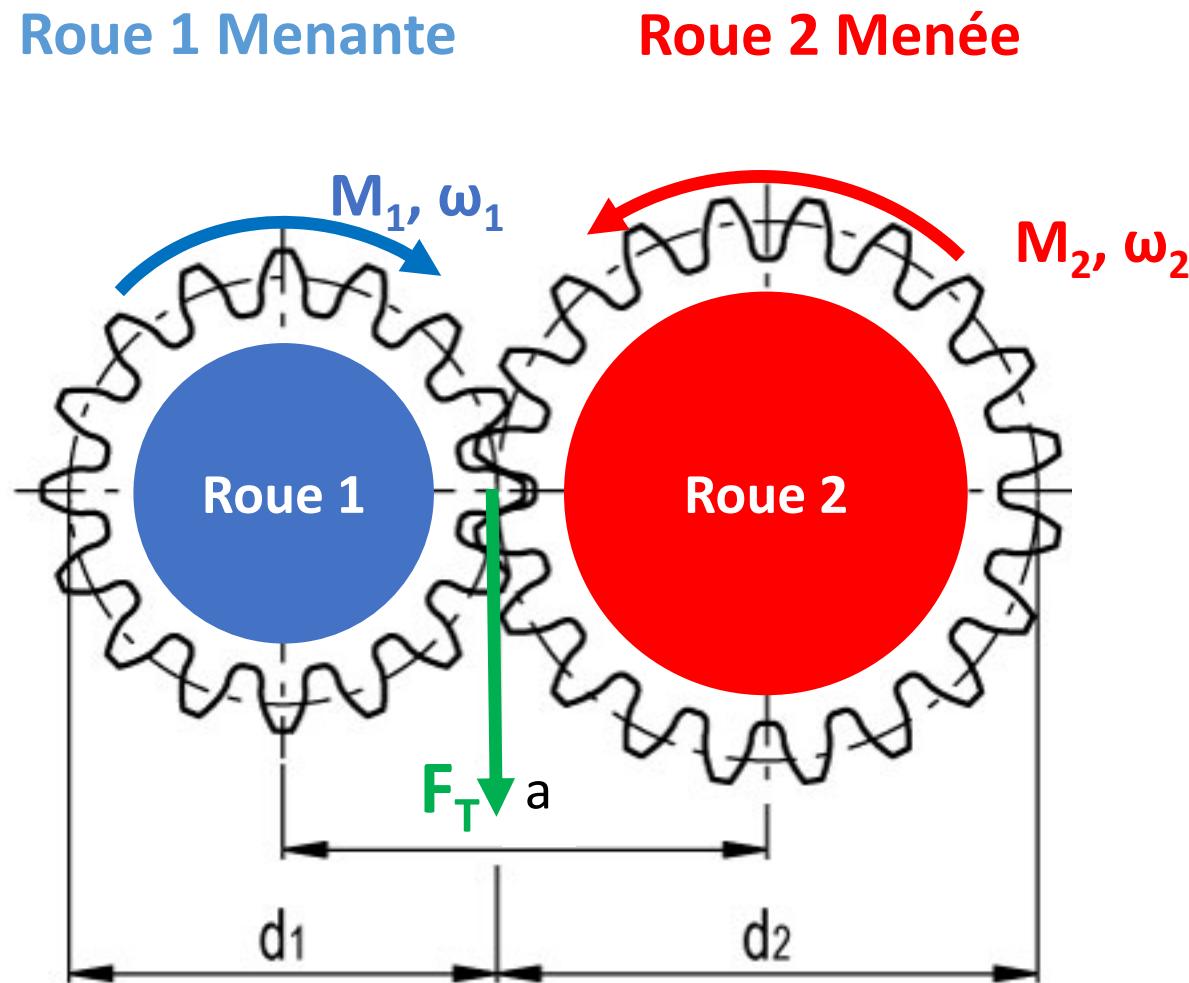
$$F_T = T_{2/1}$$

La force tangentielle transmissible est:

$$F_{T\max} = T_{2/1\max} = N_{2/1} \mu_0$$

Transmission par Obstable: Cas des Roues Dentées

Pas de glissement entre les roues 1 et 2 = Roulement sans Glissement



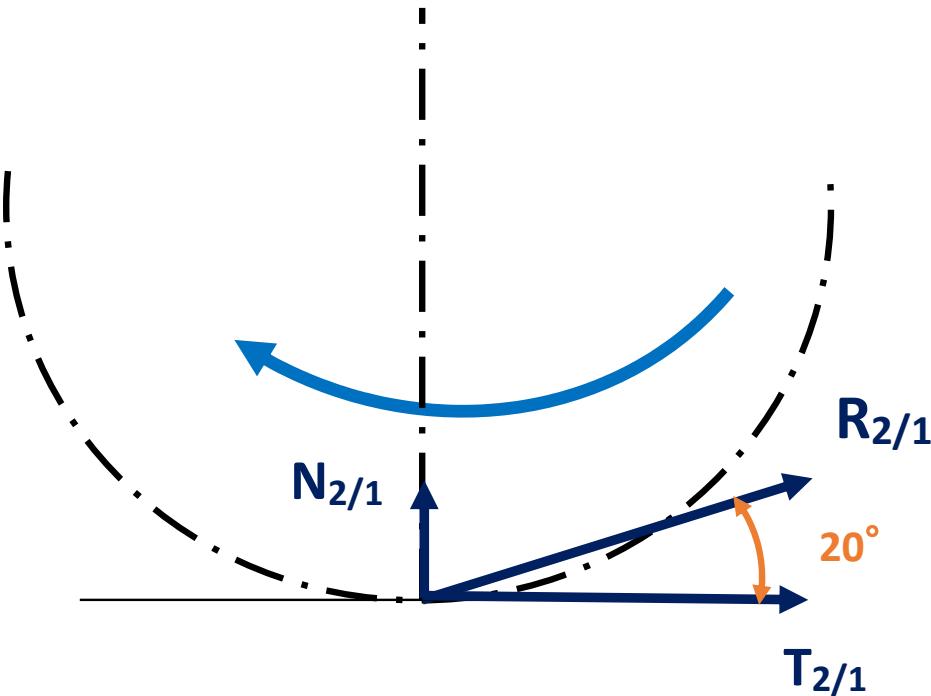
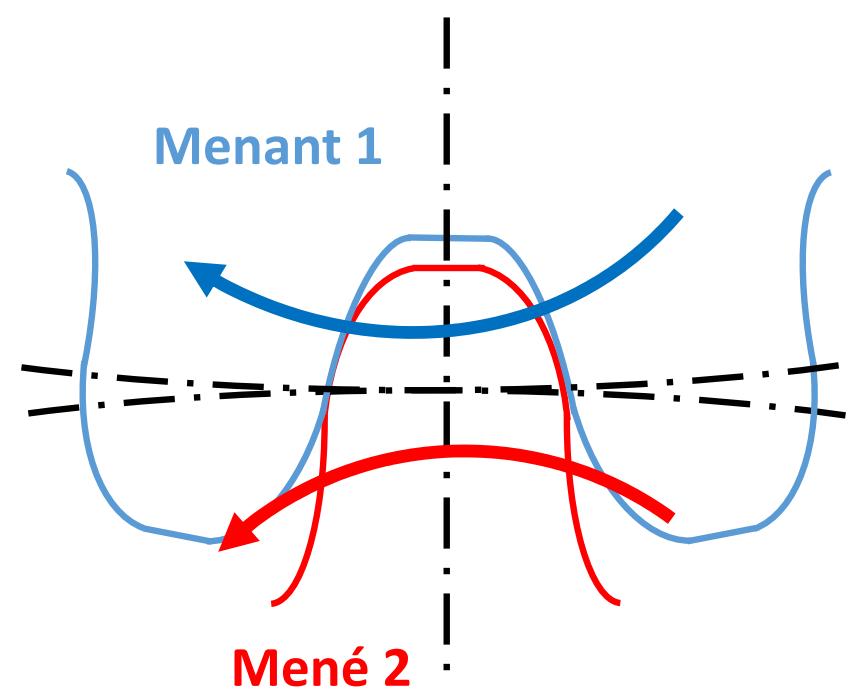
$R_{2/1}$ = Résultante des forces de 2 sur 1

$T_{2/1}$ = Tangente des forces de 2 sur 1

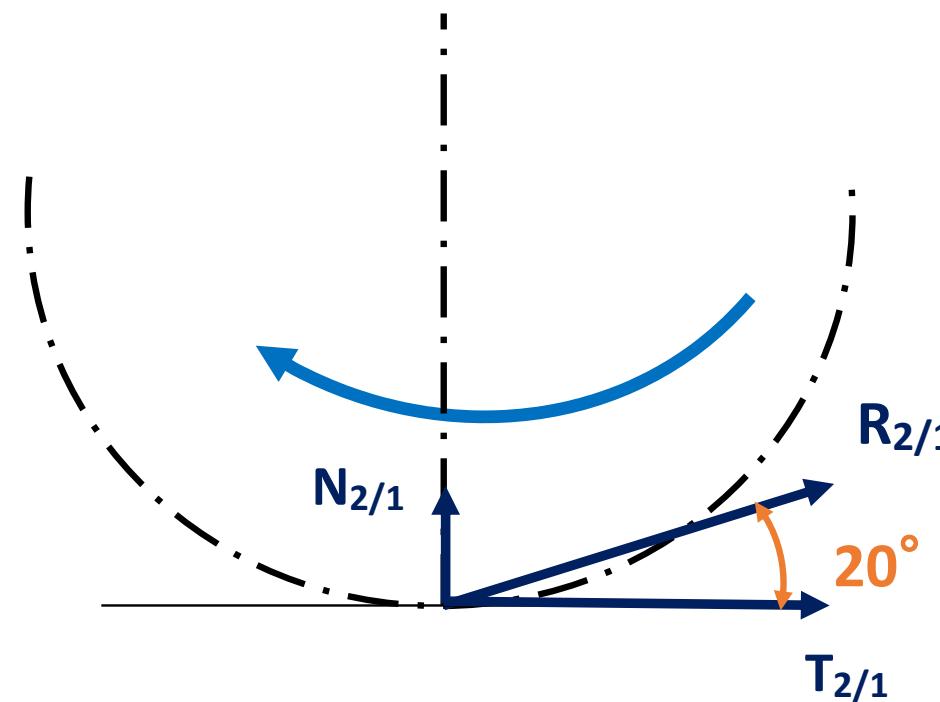
$N_{2/1}$ = Normale des forces de 2 sur 1

Pas d'adhérence

Transmission par Obstacle:



Transmission par Obstacle



$R_{2/1}$ = Résultante des forces de 2 sur 1

$T_{2/1}$ = Tangente des forces de 2 sur 1

$N_{2/1}$ = Normale des forces de 2 sur 1

Pas d'adhérence.

La force tangentielle transmise est:

$$F_T = T_{2/1} = N_{2/1} \cdot \text{cotan } 20^\circ$$

Transmission de Mouvement et de Moment par Accouplements:

$$P = M \cdot \omega$$

Transmission de Mouvement et de Moment (Couple) par Engrenages:

$$P_1 = M_1 \cdot \omega_1 \quad P_2 = M_2 \cdot \omega_2$$

Rendement:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M_2 \cdot \omega_2}{M_1 \cdot \omega_1}$$

Si pas de pertes:

$$P = P_1 = P_2 = M_1 \cdot \omega_1 = M_2 \cdot \omega_2$$

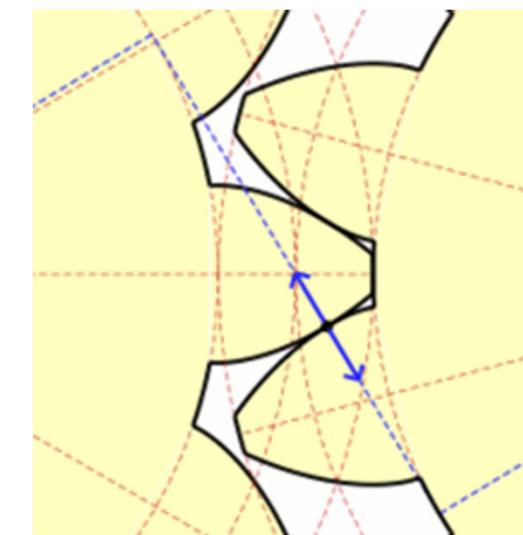
Rapport de transmission:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Comparaison des principaux systèmes de transmission de puissance						
	transmissions par engrenages	transmissions par roues et chaînes	transmissions poulies courroies			
			courroies crantées (synchrone)	courroies striées (poly-V)	courroies trapézoïdales (en V)	courroies plates
couples transmissibles	très élevés	élevés	assez élevés	modérés	moyens	faibles
puissances transmissibles	très élevées	élevées	assez élevées	modérées	élevées	faibles
vitesses limites (m/s)	80 à 100	13 à 20	60	60 à 80	40	80 à 100
rapport limite (ND/Nd) de la transmission	$<\frac{1}{8}$	$<\frac{1}{9}$	$<\frac{1}{10}$	$<\frac{1}{40}$	$<\frac{1}{15}$	$<\frac{1}{20}$
position des arbres	tous cas possibles*	parallèles	parallèles	parallèles et autres	parallèles	parallèles et autres
rendement (%)	≈ 98	≤ 97	≤ 98	≤ 98	70 à 96	≈ 98
tension initiale	inutile	faible	faible	assez élevée	peu élevée	élevée
durée de vie	élevée	assez élevée	limitée	limitée	limitée	limitée
lubrification	nécessaire	nécessaire	inutile	inutile	inutile	inutile
INCONVÉNIENTS	- entraxe précis - lubrification	- bruyantes - lubrification	- synchronisme non parfait	- moins économique	- rendement	- faibles couples
AVANTAGES	- synchronisme - précision - grands couples et grandes puissances - position des arbres	- assez bon synchronisme - supportent des tensions élevées et des basses vitesses	- entretien réduit - vitesses angulaires constantes	- flexibilité - silencieuses - diamètres d'enroulement faibles	- économique - encombrement réduit, permet les groupements en parallèle	- grandes vitesses - rendement - silencieuses - rapports de transmission

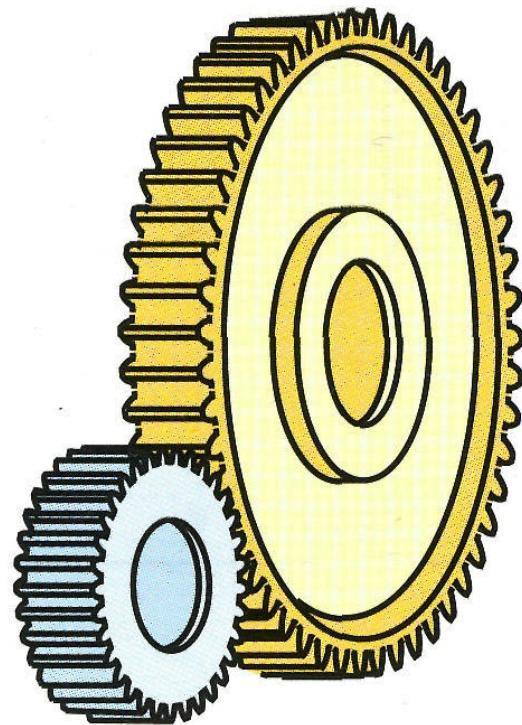
*arbres parallèles, perpendiculaires, orthogonaux et même de position quelconque

- Engrenages = ensemble des deux roues dentées engrenant l'une avec l'autre
- Composants mécaniques essentiels pour la transmission de mouvement et de puissance, les plus utilisés, les plus résistants et les plus durables
- Fabrication normalisée
- Engrenages très grandes séries (automobiles...) s'écartent de ces standards pour optimiser les coûts.

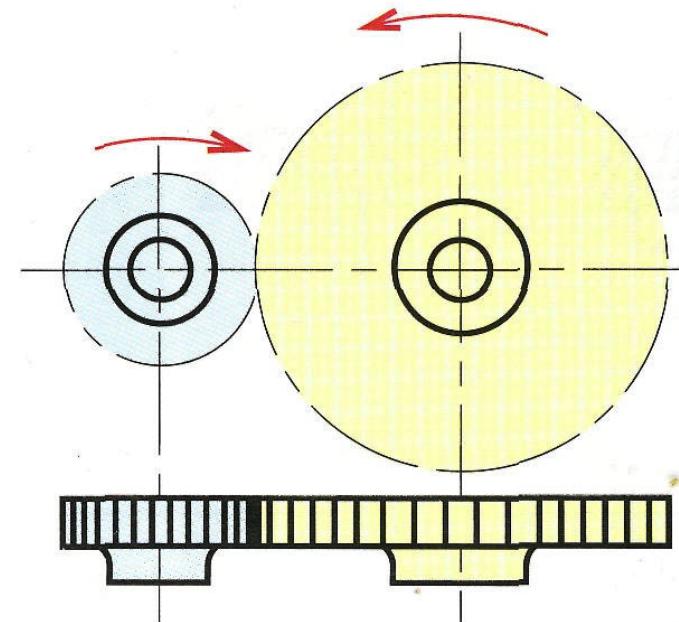


Engrenages droits à denture droite

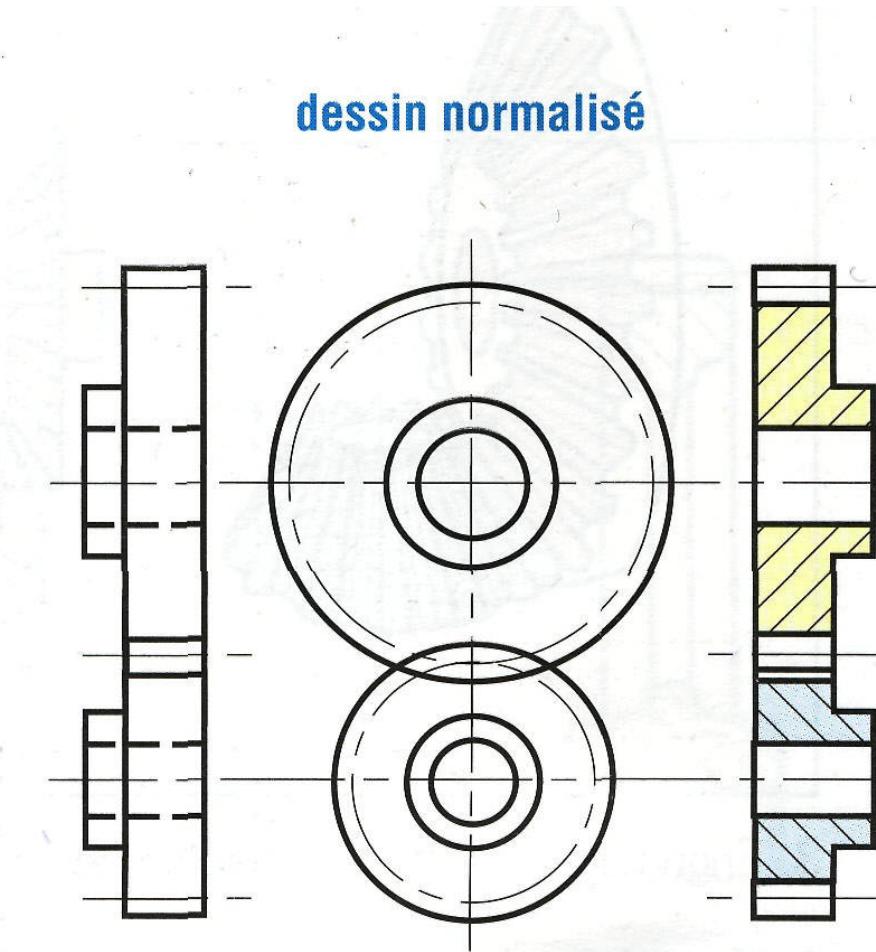
perspective



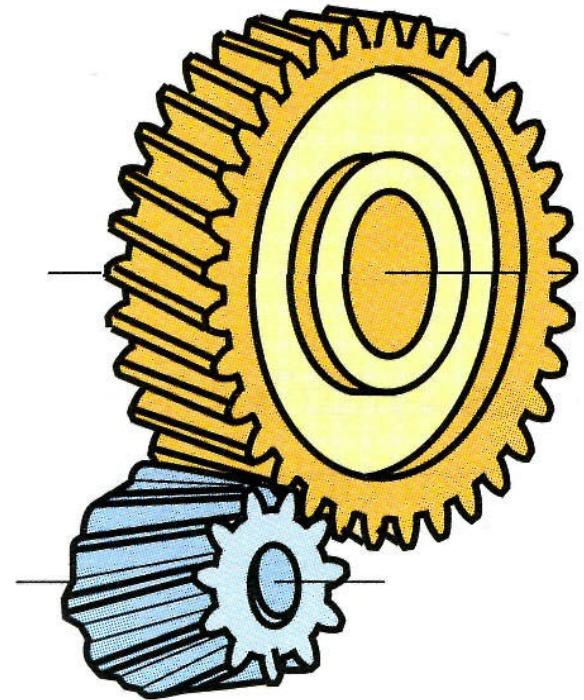
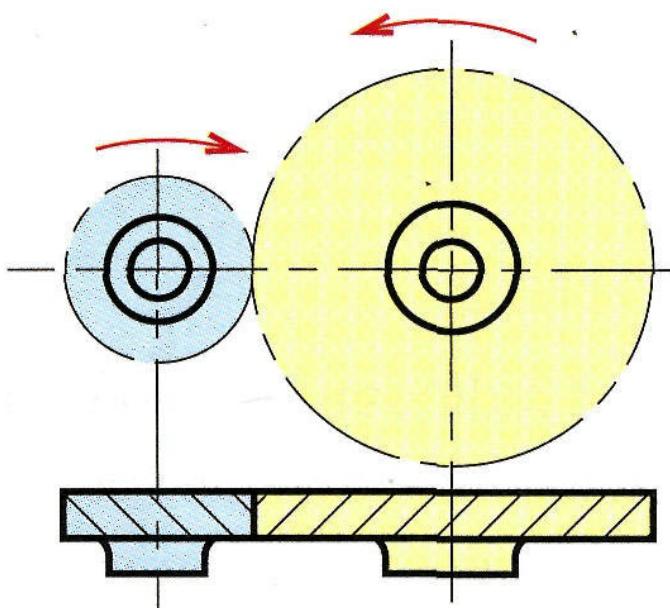
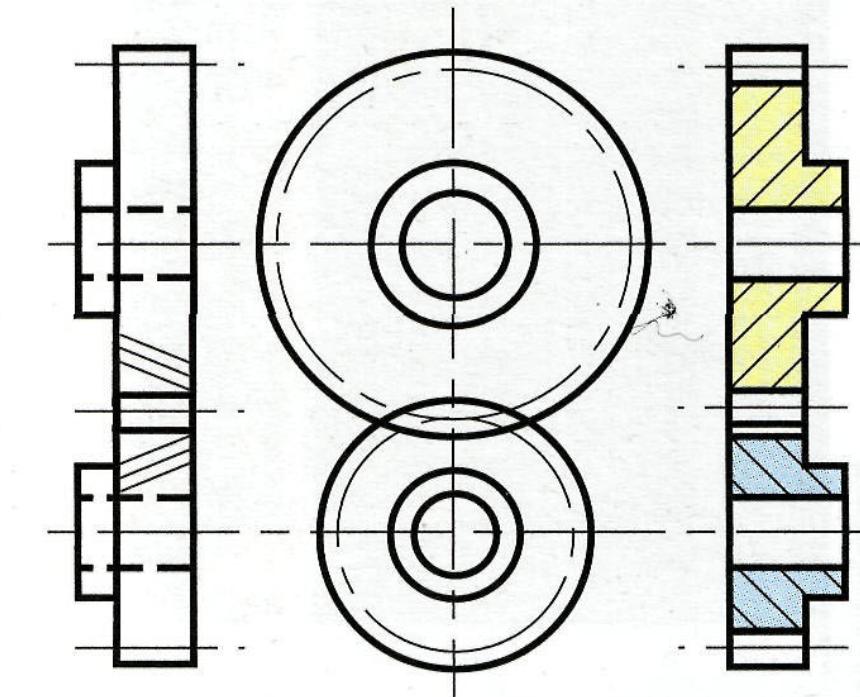
principe



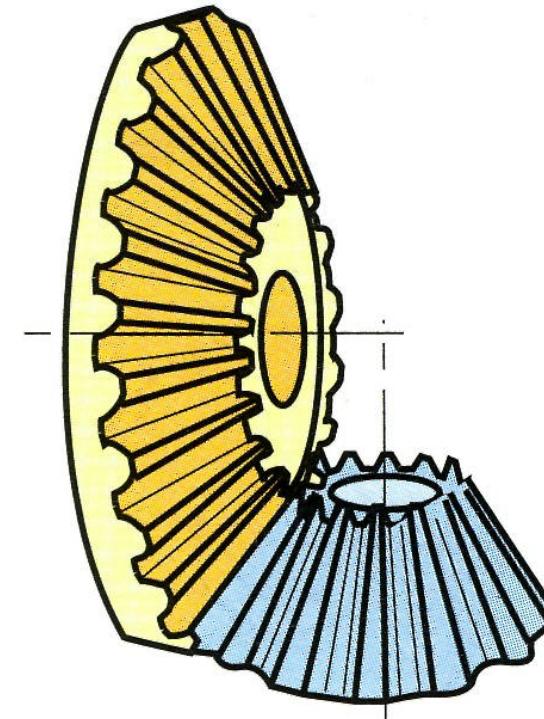
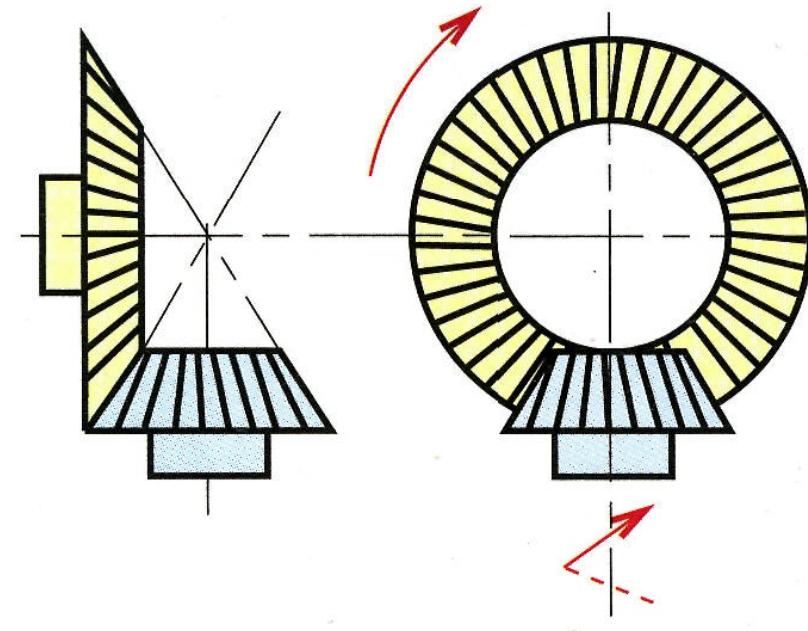
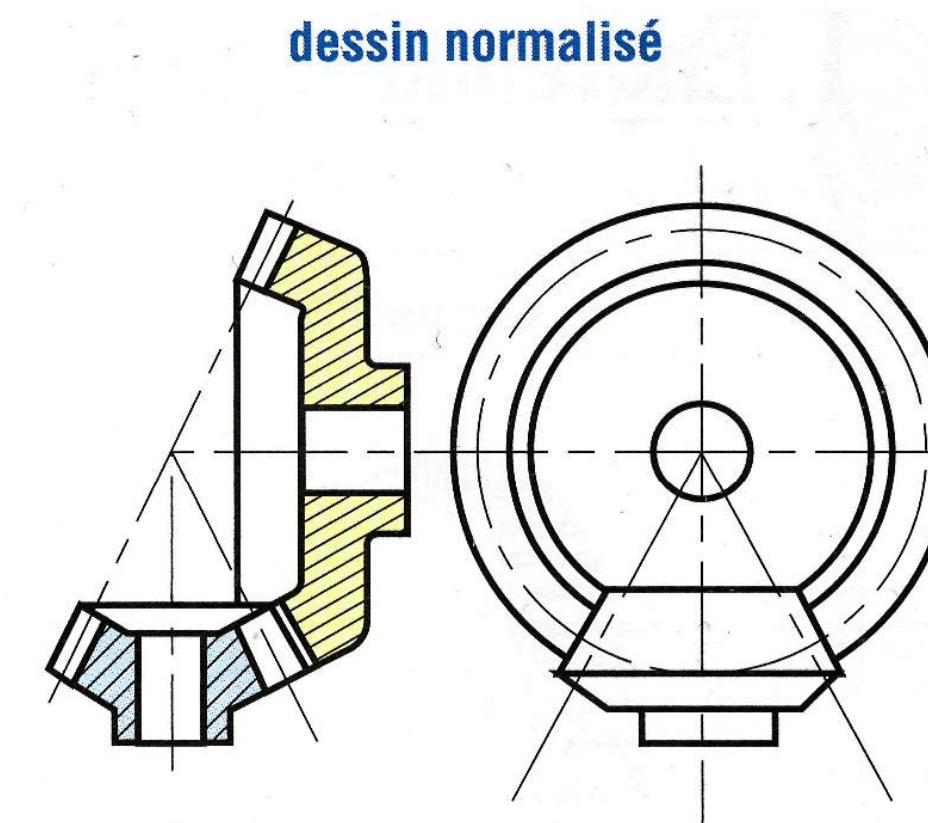
dessin normalisé



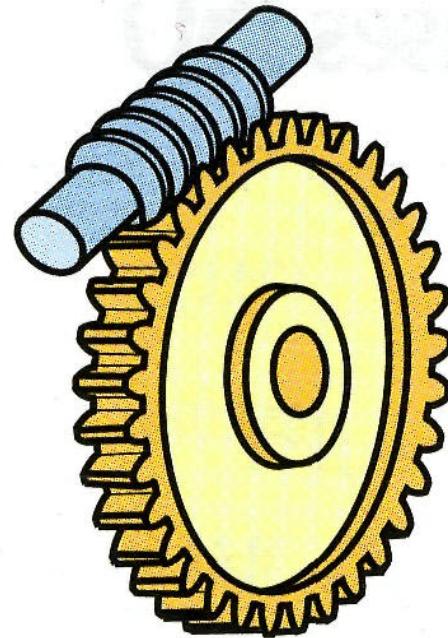
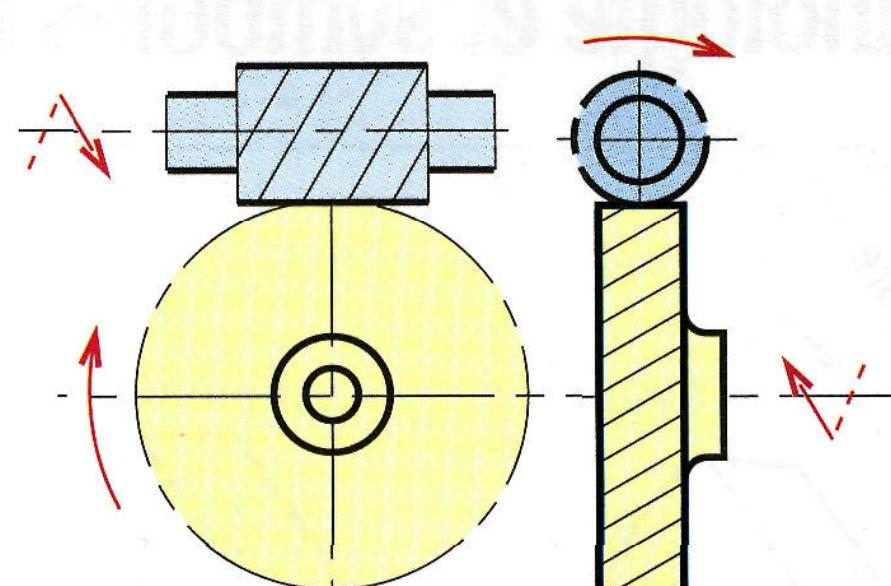
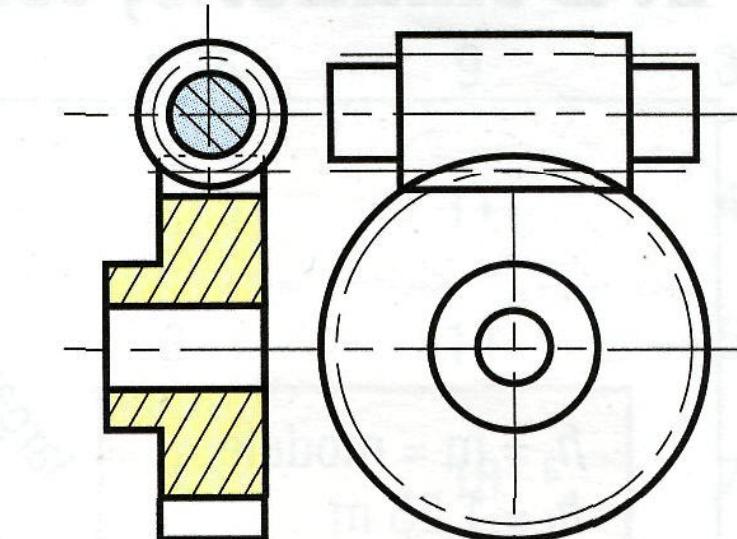
Engrenages droits à denture hélicoïdale

perspective**principe****dessin normalisé**

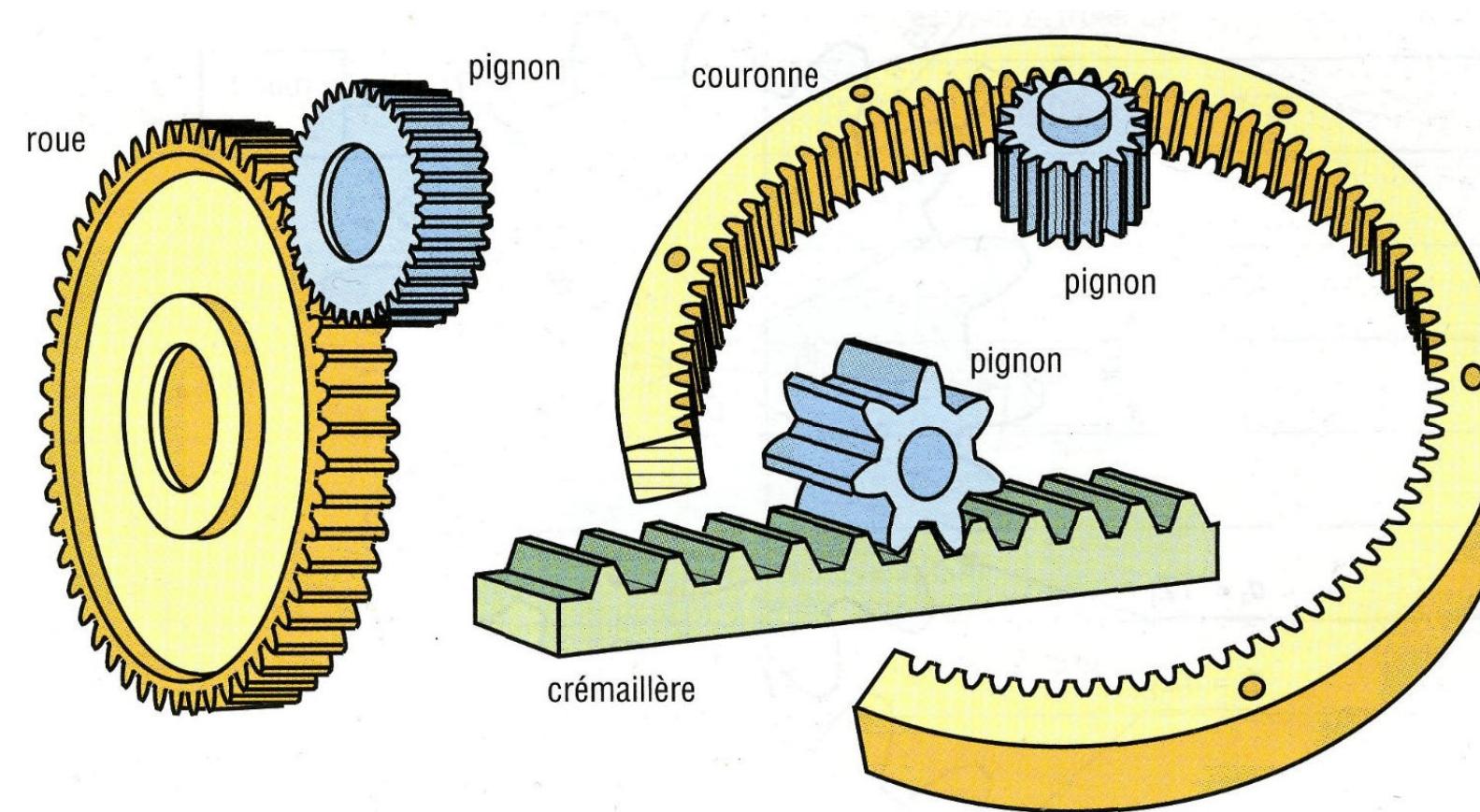
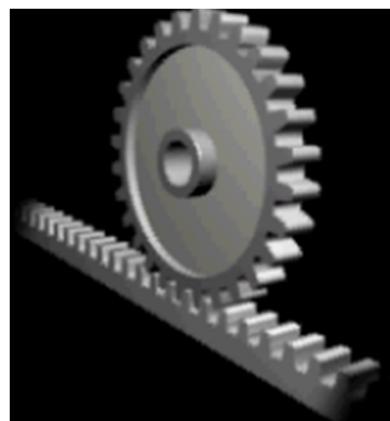
Engrenages coniques

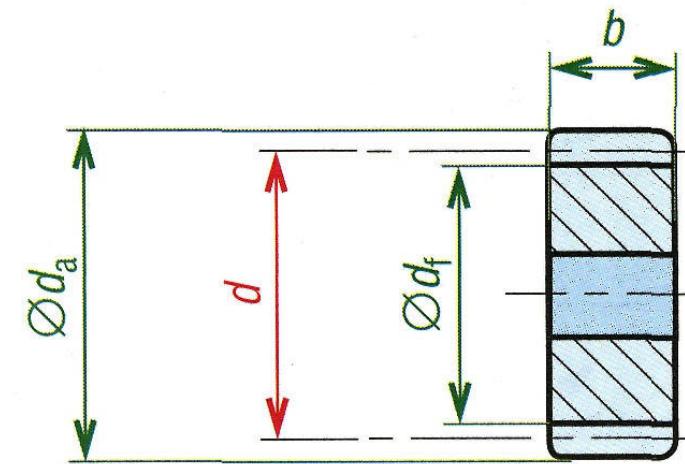
perspective**principe****dessin normalisé**

Engrenages roues et vis sans fin

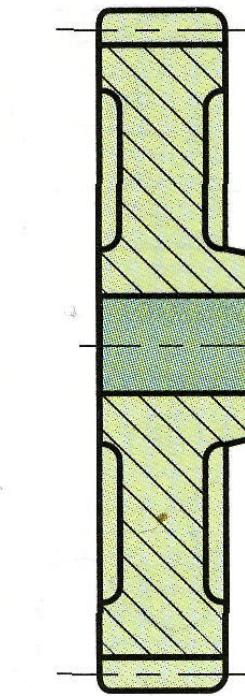
perspective**principe****dessin normalisé**

- Pour arbres parallèles
- Les plus courants
- Les plus économiques
- Dents parallèles à l'axe de rotation des arbres

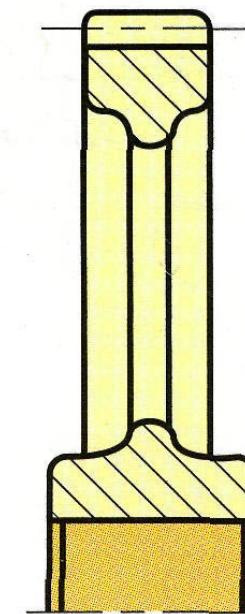




petits diamètres



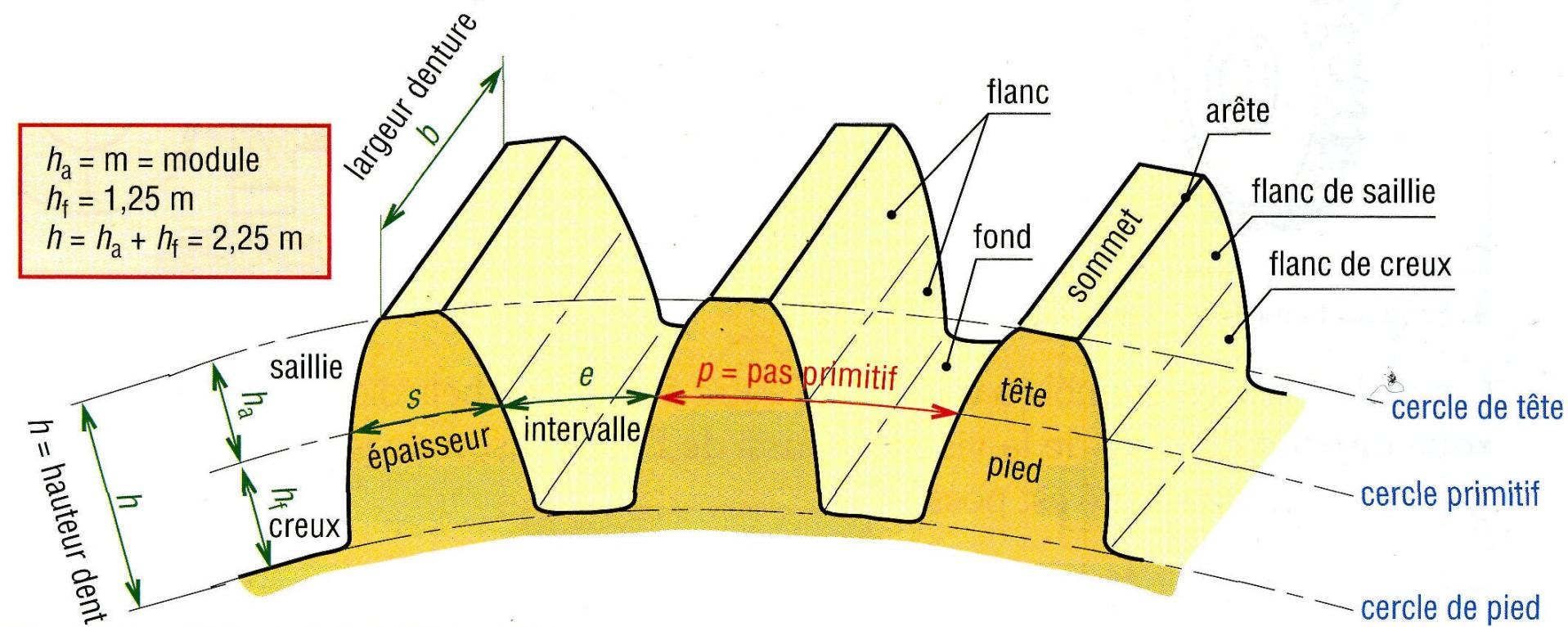
diamètres moyens



grands diamètres

Normalisés ISO:

Il faut un nombre entier de dents !

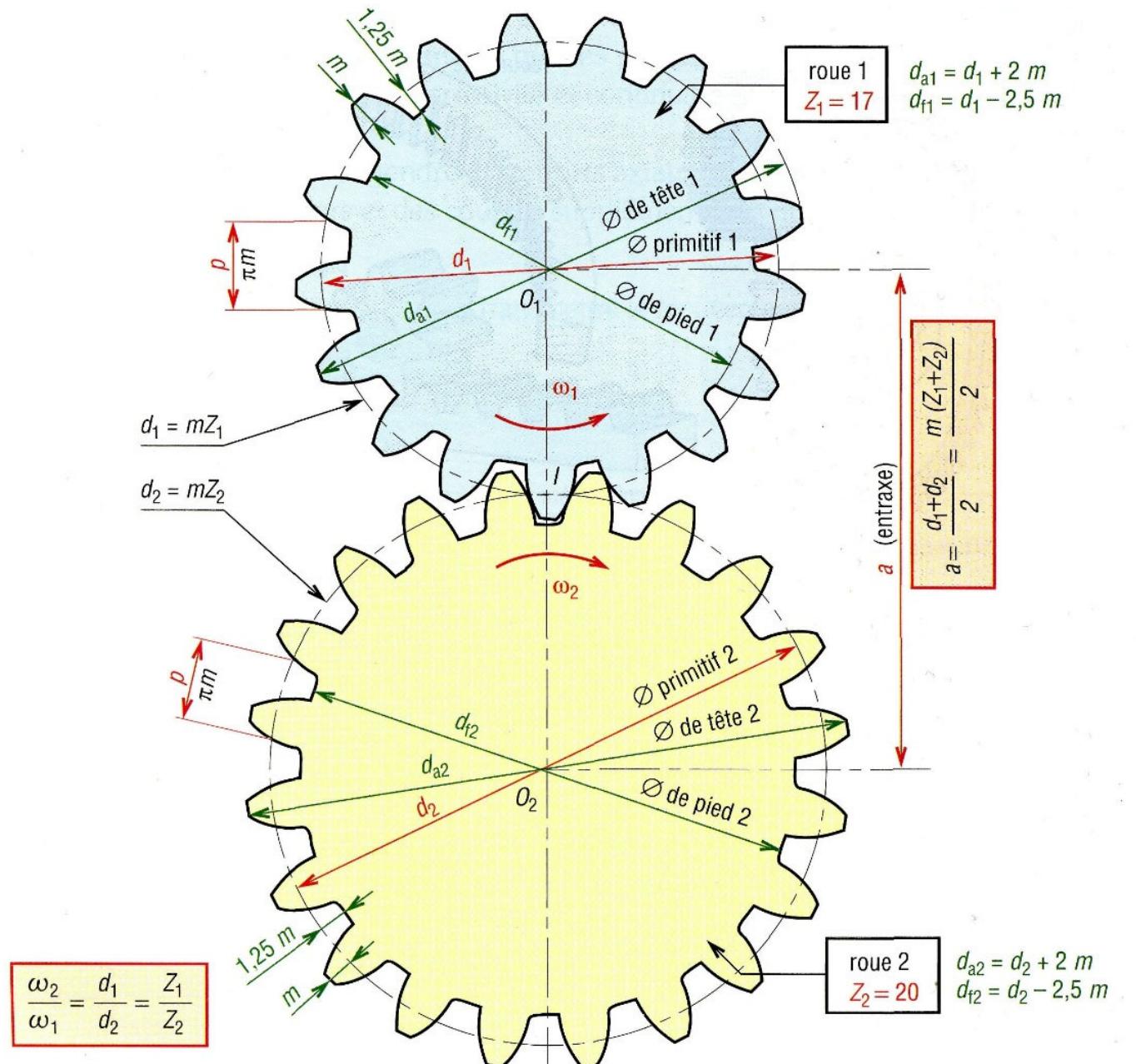


Valeurs normalisées du module m (NF ISO 54...)									
valeurs principales en mm					valeurs secondaires en mm				
0,06	0,25	1,25	5	20	0,07	0,28	1,125	5,5	22
0,08	0,30	1,5	6	25	0,09	0,35	1,375	7	28
0,10	0,40	2	8	32	0,11	0,45	1,75	9	36
0,12	(0,50)	2,5	10	40	0,14	(0,55)	2,75	11	45
0,15	(0,80)	3	12	50	0,18	(0,7)	3,5	14	55
0,20	1,0	4	16	60	0,22	(0,9)	4,5	18	70

() entre parenthèses, ancienne normalisation

$$p = \pi \cdot m = \pi \cdot d / z$$

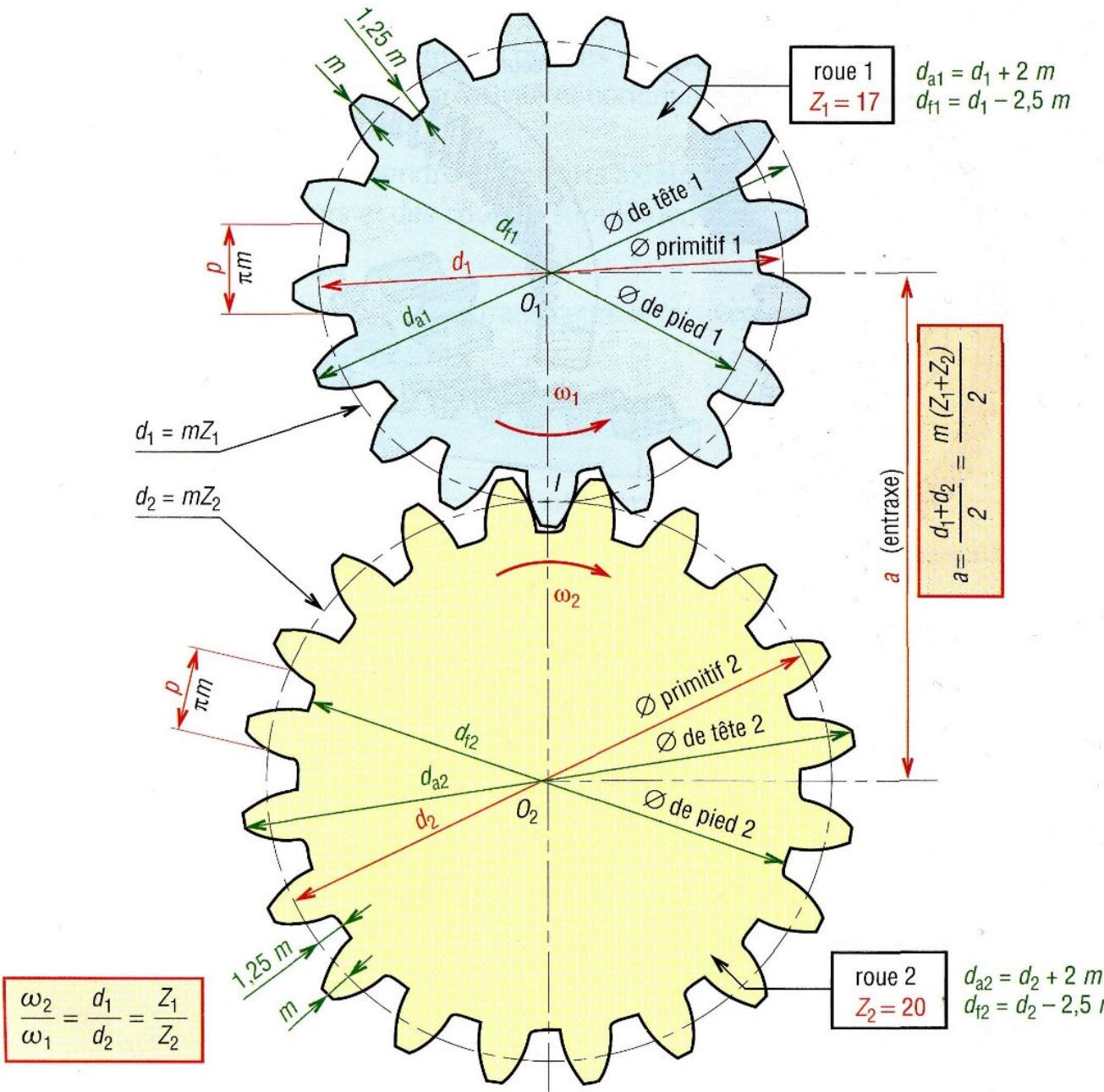
Droits à denture droite: **d=m.Z**



Caractéristiques et formules des engrenages droits à denture droite

caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
vitesse angulaire	ω	$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1n$ (unités : rad/s)
nombre de tours par minute	n	n_1 (roue 1) et n_2 (roue 2)
module	m	valeurs normalisées (tableau des modules)
pas primitif	p	$p = \pi m = 3,14159 m$ ($p = p_1 = p_2$)
nombre de dents	Z	Z_1 (roue 1) et Z_2 (roue 2)
rayon primitif	r	r_1 (roue 1) et r_2 (roue 2); $r = d/2$
diamètre primitif	d	$d_1 = mZ_1$ et $d_2 = mZ_2$
entraxe entre les 2 roues	a	$a = r_1 + r_2 = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2}$
largeur de la dent	b	$b = k \cdot m$ ($7 \leq k \leq 12$)
saillie	h_a	$h_a = m$
creux	h_f	$h_f = 1,25m$
hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25m$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2m$
rayon de tête	r_a	$r_a = r + m = d_a/2$
diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5m$
rayon de pied	r_f	$r_f = r - 1,25m = d_f/2$
épaisseur de la dent	s	$s_1 = s_2 = e_1 = \pi m/2$ (avec jeu nul)
intervalle	e	$s_1 + e_1 = s_2 + e_2 = p$
angle de pression	α	valeur usuelle : $\alpha = 20^\circ$
rayon de base	r_b	$r_b = d_b/2$
diamètre de base	d_b	$d_b = d \cdot \cos \alpha$
pas de base	p_b	$p_b = p \cdot \cos \alpha$

8.2. Engrenages droits à denture droite



Exemple : pour l'engrenage dessiné $Z_1 = 17$ dents, $Z_2 = 20$ dents, module $m = 4 \text{ mm}$, déterminons les principales caractéristiques.

Pas primitif : $p = \pi m = \pi \times 4 = 12,56 \text{ mm}$

Diamètres primitifs : $d_1 = mZ_1 = 4 \times 17 = 68 \text{ mm}$ et $d_2 = mZ_2 = 4 \times 20 = 80 \text{ mm}$

Entraxe : $a = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = 74 \text{ mm}$

Hauteur de saillie : $ha_1 = ha_2 = m = 4 \text{ mm}$

Hauteur de creux : $hf_1 = hf_2 = 1,25m = 5 \text{ mm}$

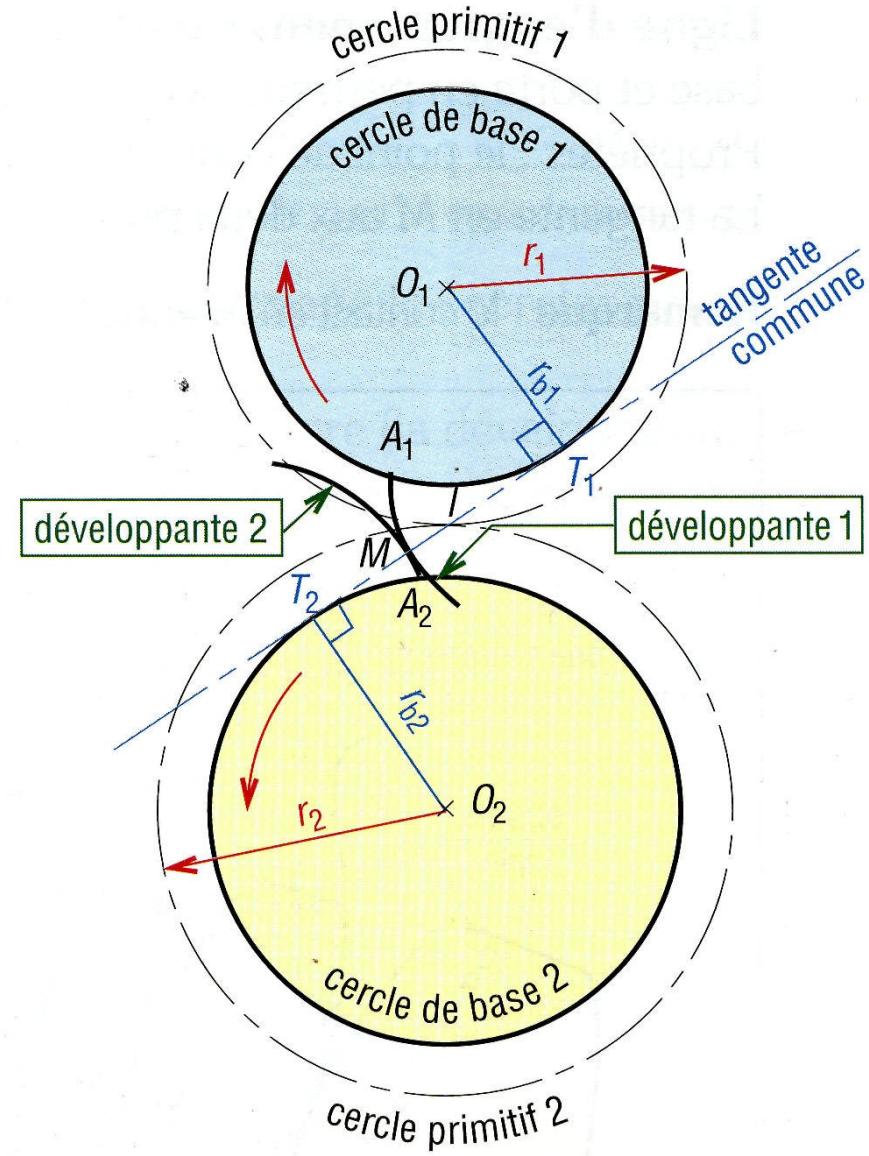
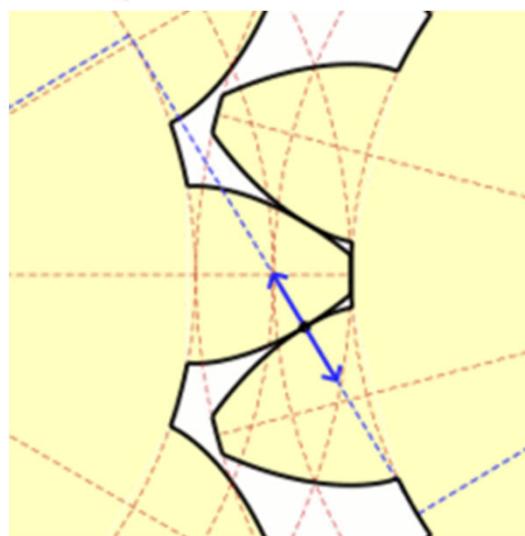
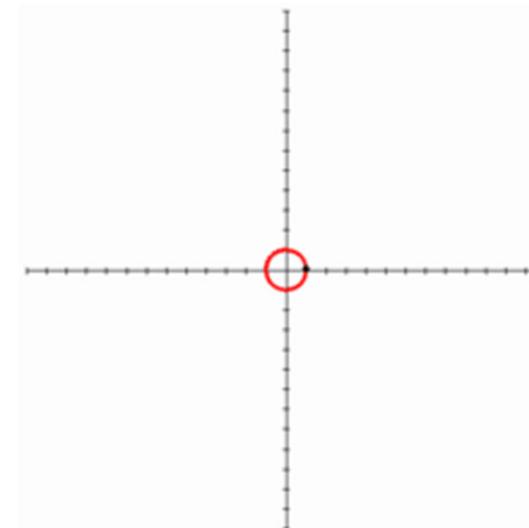
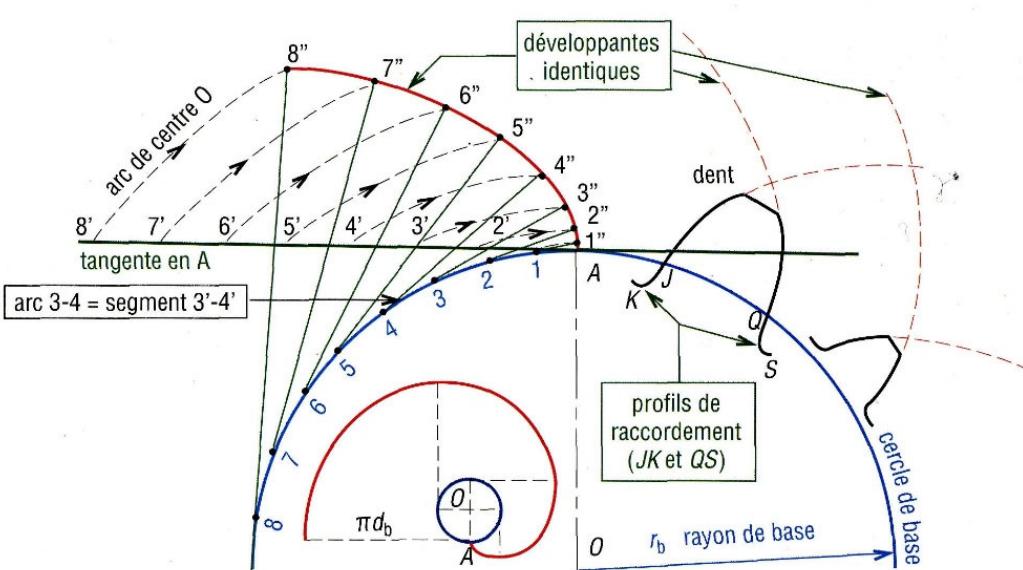
Hauteur de dent : $h_1 = h_2 = ha + hf = 9 \text{ mm}$

Largeur des dents : $7m \leq b \leq 12m$ ou

$28 \leq b \leq 48 \text{ mm}$

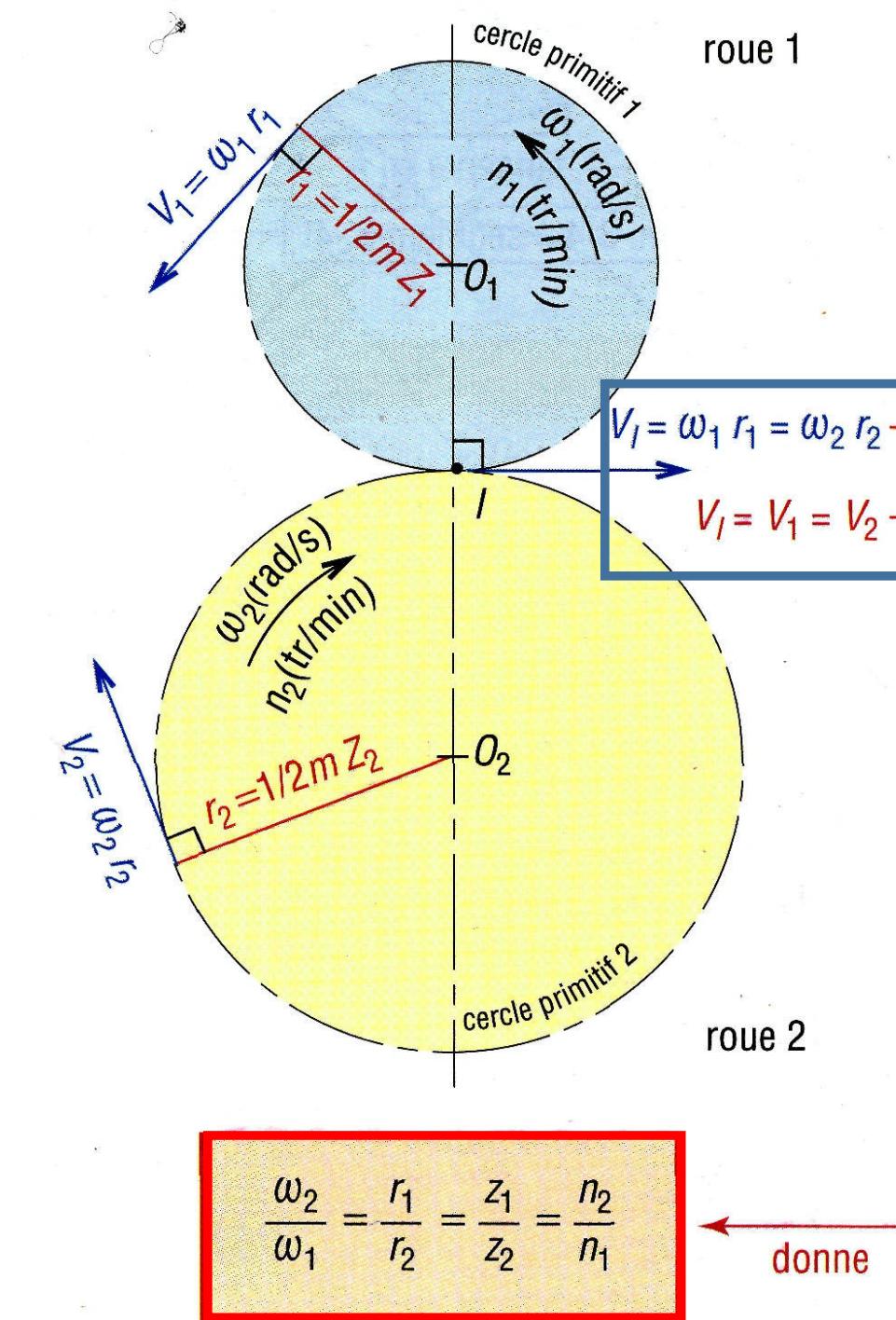
A développante de cercle

Cinématique:



$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}} = \frac{r_1}{r_2}$$

Cinématique:



Cinématique:

Exemple : on souhaite construire un réducteur de façon à ce que la vitesse d'entrée de 1 500 tr/min soit réduite à 500 tr/min. Si $Z_1 = 18$, quelle est la valeur de Z_2 ? Si $m = 3$, quelle est la valeur de d_2 ?

$$\text{Rapport de transmission} : n_2/n_1 = 500/1\,500 = 1/3$$

$$\text{Rapport des nombres de dents} : Z_2/Z_1 = n_1/n_2 = 3/1 = 3$$

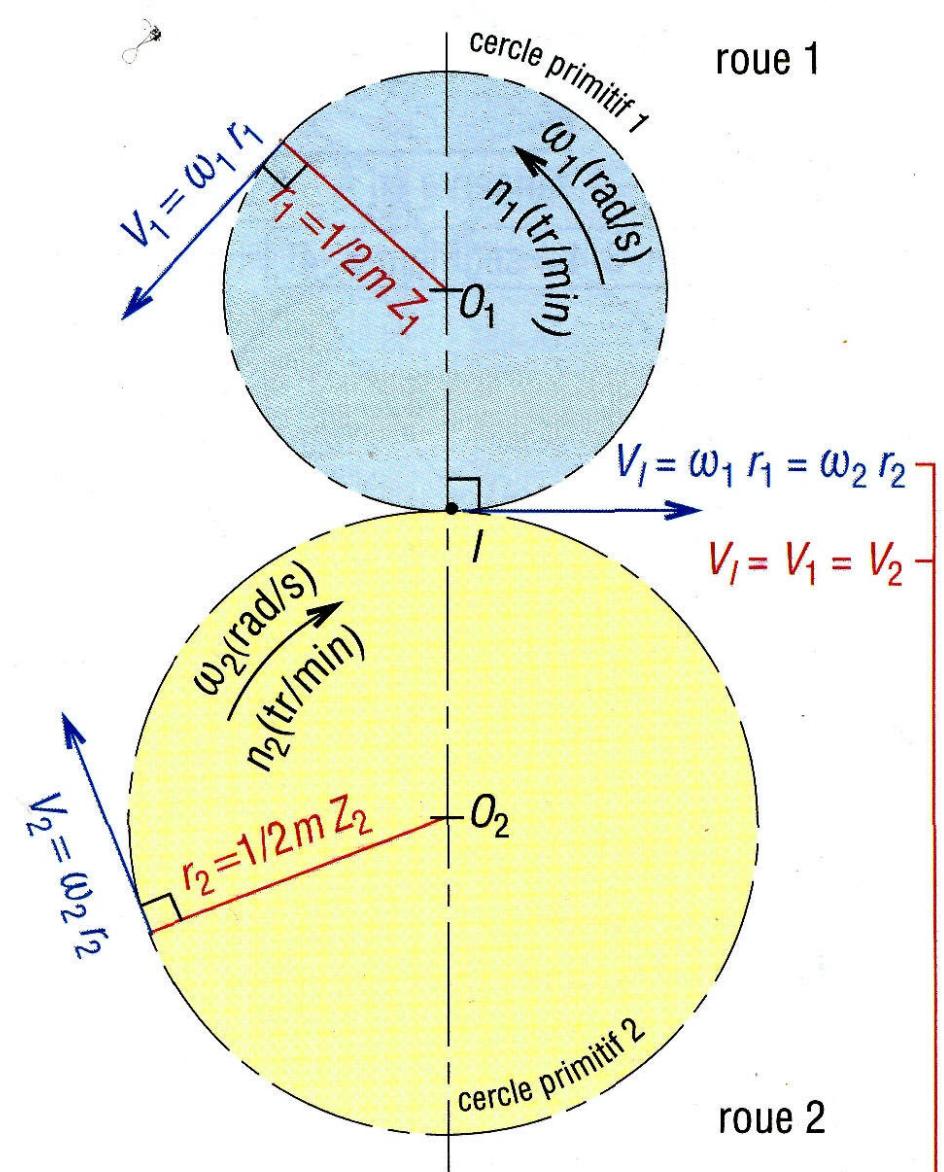
$$Z_2 = 3 \cdot Z_1 = 54 \text{ dents}$$

$$d_2 = mZ_2 = 3 \cdot 54 = 162 \text{ mm}$$

Remarque :

$$d_1 = mZ_1 = 3 \cdot 18 = 54 \text{ mm}$$

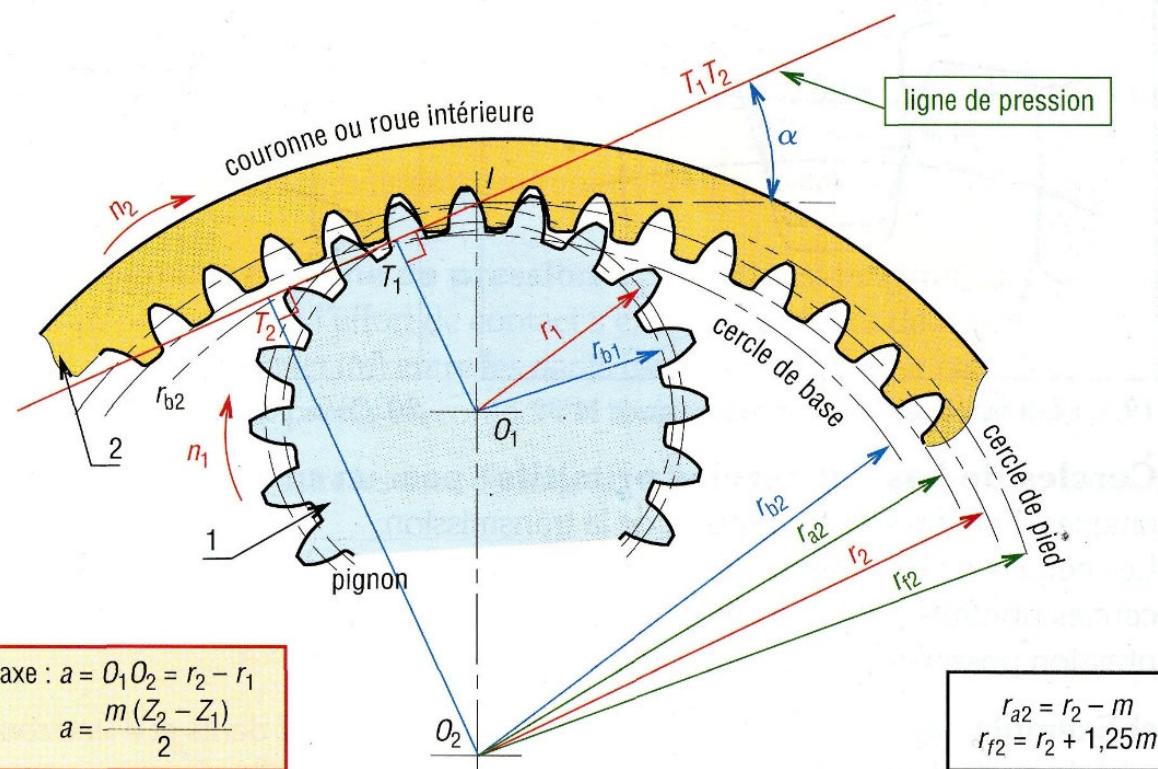
$$d_2/d_1 = 162/54 = 3 = n_1/n_2$$



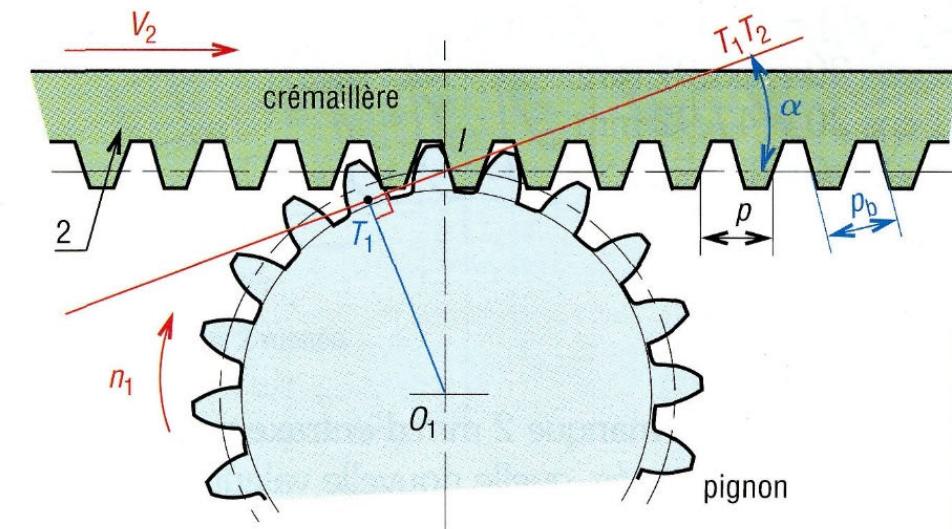
$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

donne

Roues intérieures

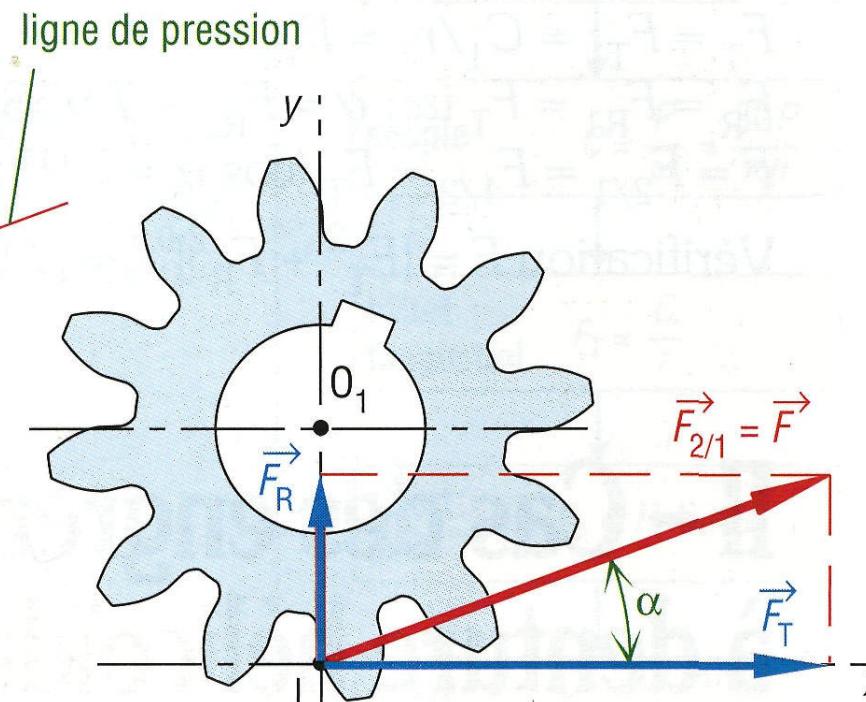
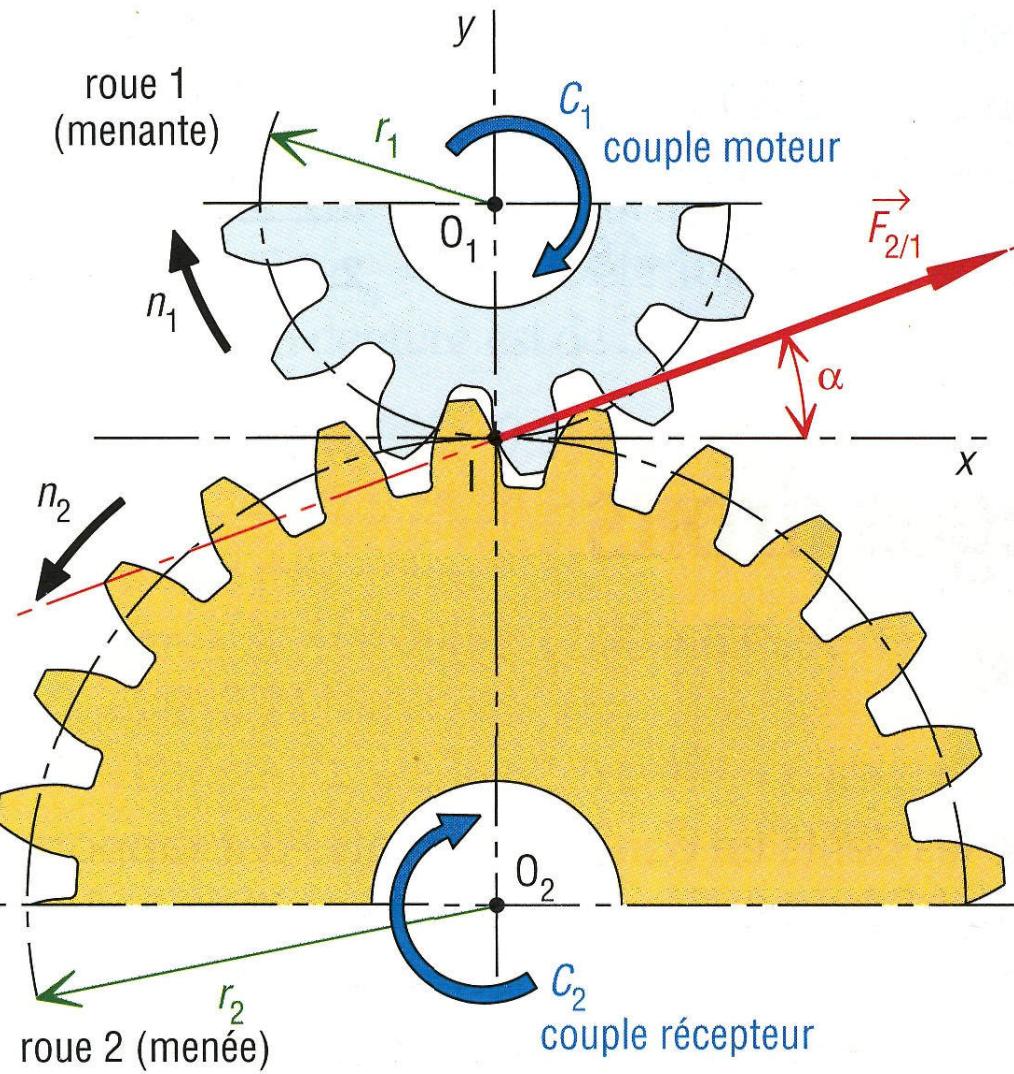


Crémaillères



$$\begin{aligned}V_2 &= \omega_1 r_1 \\r_1 &= O_1 l \\p_b &= p \cos \alpha \\r_{b1} &= O_1 T_1\end{aligned}$$

Efforts sur les dents



$$\begin{aligned} F_T &= F \cdot \cos \alpha = \text{effort tangentiel} \\ F_R &= F \cdot \sin \alpha = \text{effort radial} \\ F_R &= F_T \cdot \tan \alpha \\ \alpha &= \text{angle de pression} = 20^\circ \end{aligned}$$

$$F_T = \frac{C_1}{r_1} = \frac{C_2}{r_2}$$

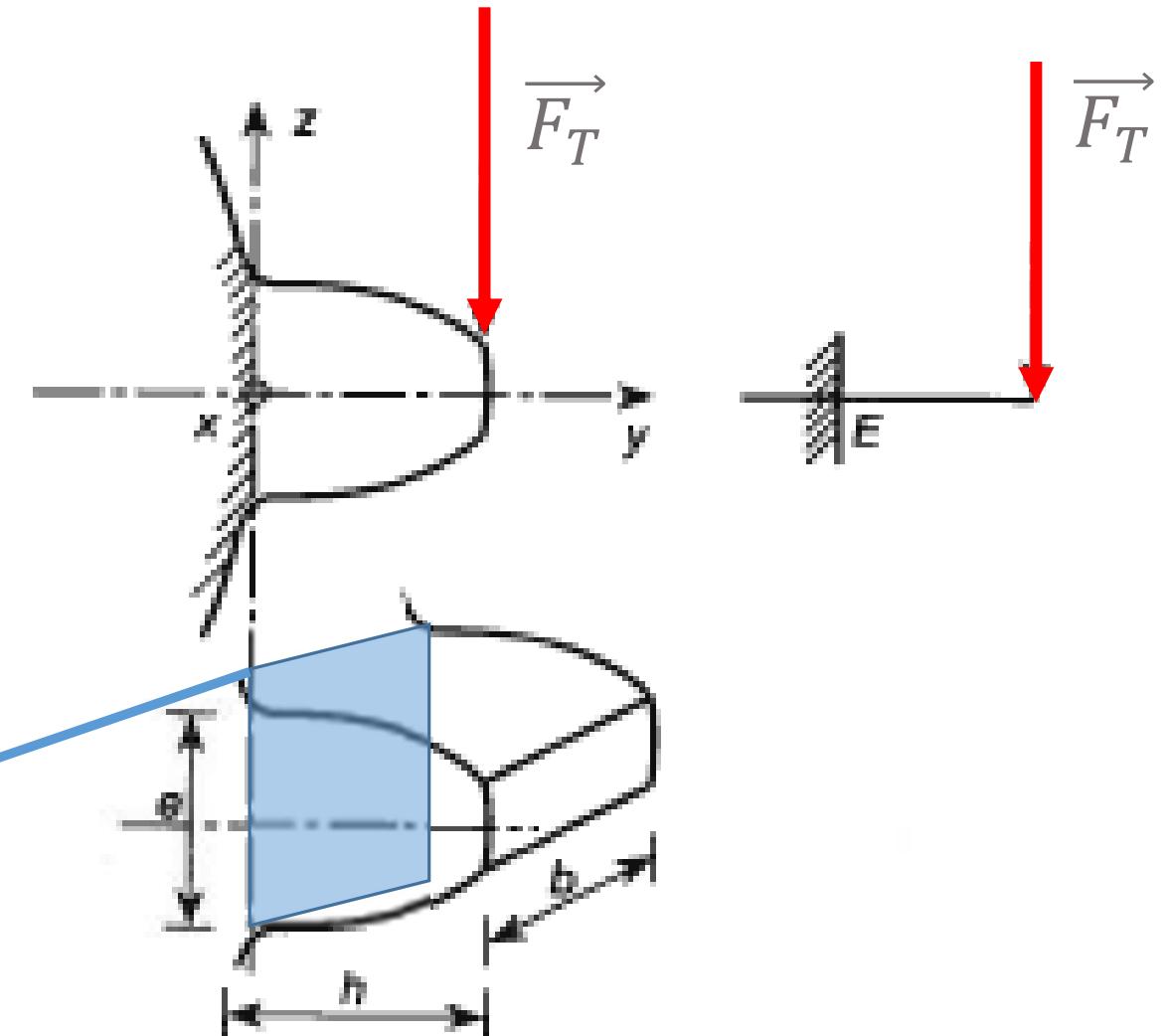
Effort tangentiel = $2.74 \times$
Effort radial

Résistance/Tenue aux efforts:

Simplification du problème à celui d'une poutre rectangulaire en flexion

- Effort tangentiel/de flexion:

$$F_T = \frac{C_1}{r_1} = \frac{C_2}{r_2}$$



- Moment de flexion:

$$M_f = F_T \cdot h$$

- Moment d'inertie de la section:

$$I_{Gx} = \frac{b \cdot e^3}{12}$$

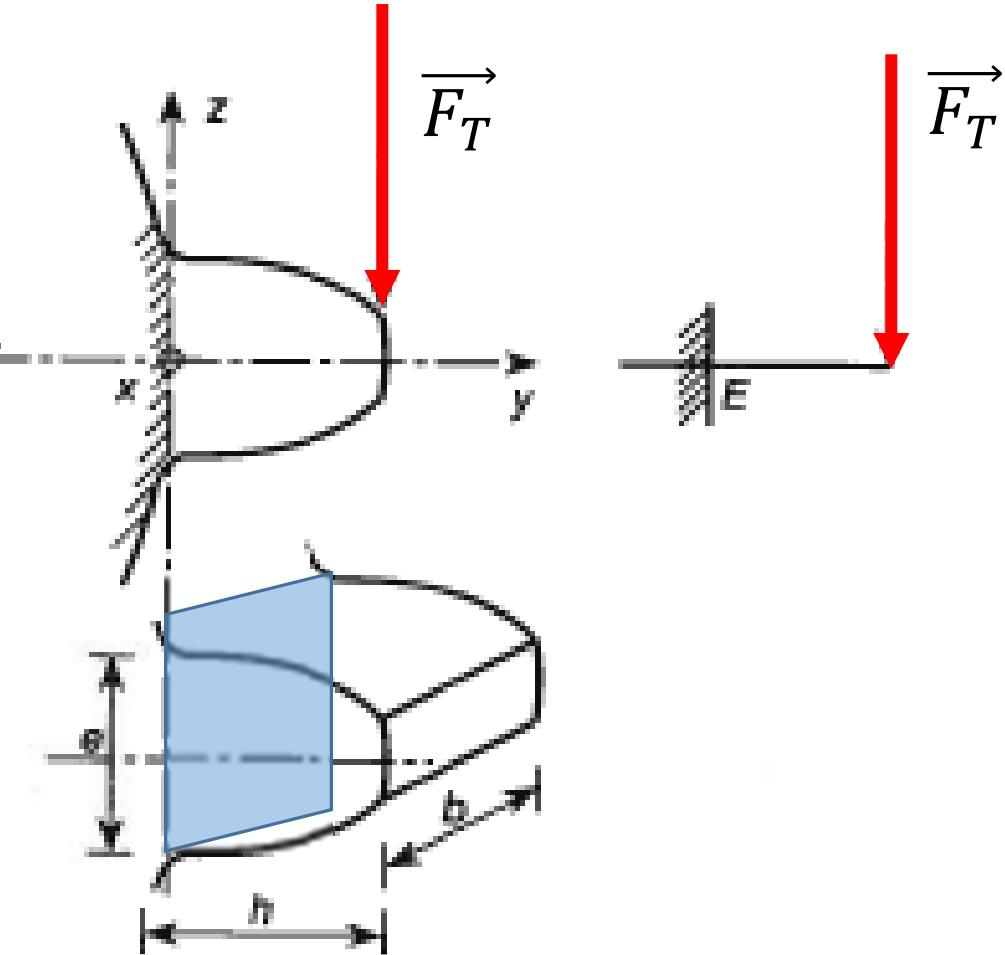
- Epaisseur de la dent:

$$e = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}$$

Tenue aux efforts

Contrainte maximale

$$\sigma_{max} = \frac{M_f}{\frac{I_{Gx}}{\frac{e}{2}}} = \frac{F_T \cdot h}{\left(\frac{b \cdot e^3}{12} \right)} = \frac{F_T \times 2.25m}{\left(k \cdot m \cdot \left(\frac{\pi \cdot m}{2} \right)^3 \right)} = \frac{F_T \times 2.25m}{\left(\frac{k \cdot m \cdot \left(\frac{\pi \cdot m}{2} \right)^2}{6} \right)}$$



$$\sigma_{max} = 5.47 \frac{F_T}{k \cdot m^2}$$

avec $b=k.m$ ($7 \leq k \leq 12$)
fixé par le fournisseur

$$\sigma_{max} = 5.47 \frac{F_T}{b \cdot m}$$

Tenue aux efforts

Condition de résistance en flexion: $\sigma_{max} \leq \sigma_{pe}$

$$5.47 \frac{F_T}{b \cdot \sigma_{pe}} \leq m$$

$$2,34 \sqrt{\frac{F_T}{k \cdot \sigma_{pe}}} \leq m$$

Résistance pratique en traction R_{pe} = Résistance élastique en traction R_e / ($s = 2$)

$$\sigma_{pe} = R_{pe} = \frac{R_e}{s}$$

Valeurs indicatives des contraintes admissibles	
métaux	R_{pe} (N/mm ²) MPa
acières trempés et revenus ou cémentés	110 à 370
fontes FGL	50 à 80
bronze	80 à 120
nylon PA6.6	≈ 30

Exemple 1:

Tenue aux efforts

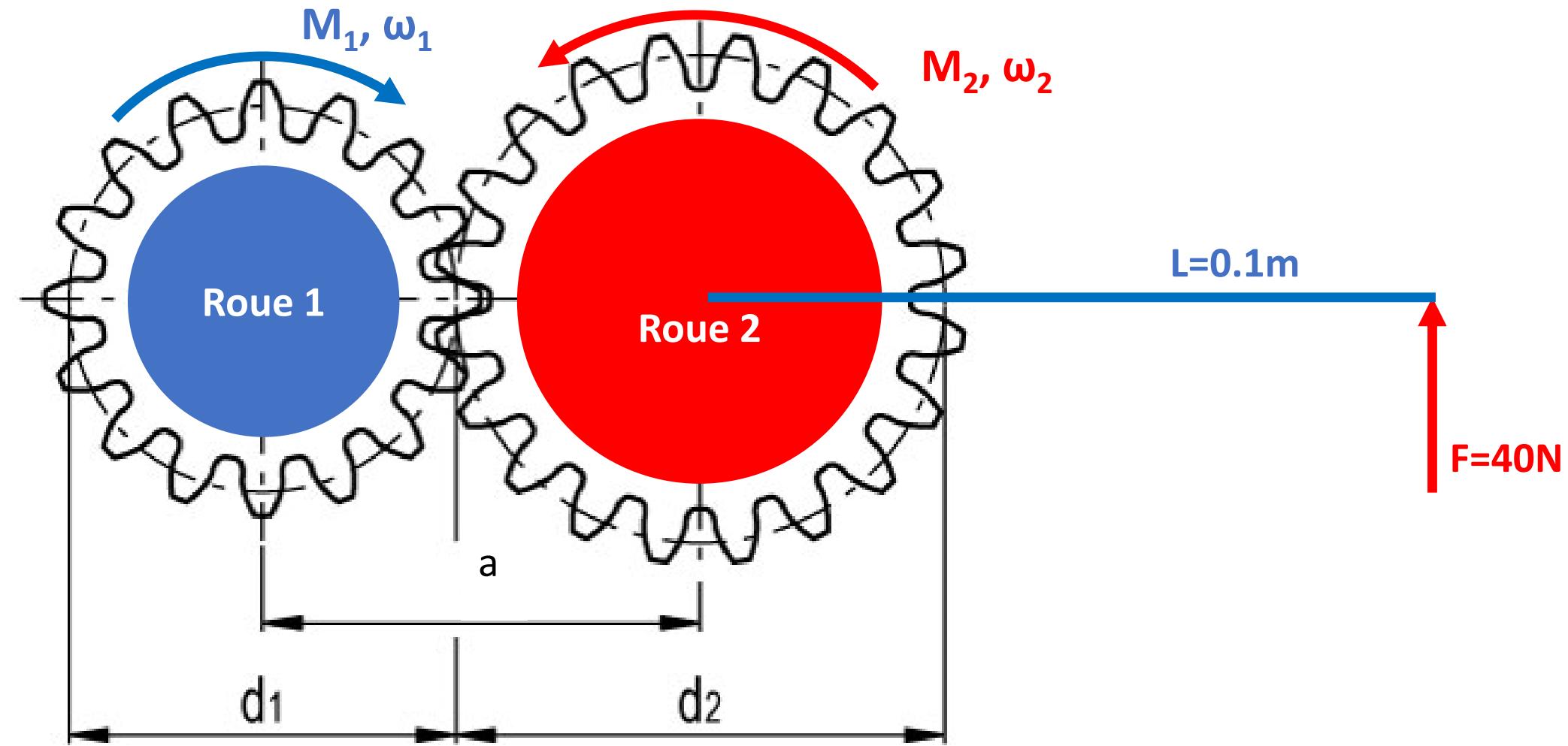
1000N sur une dent en acier a $R_{pe}=210\text{MPa}$ et $k=12$

On calcule le module minimum pour tenir les 1000N:

$$m \geq 2,34 \sqrt{\frac{T}{k \cdot \sigma_{pe}}} = 2.34 \sqrt{\frac{1000}{12 \times 210}} = 1.47\text{mm}$$

Roue dentée de module 1.5 mini et de largeur $b=k.m=17.64\text{mm}$ mini.

Exemple 2:
Tenue aux efforts

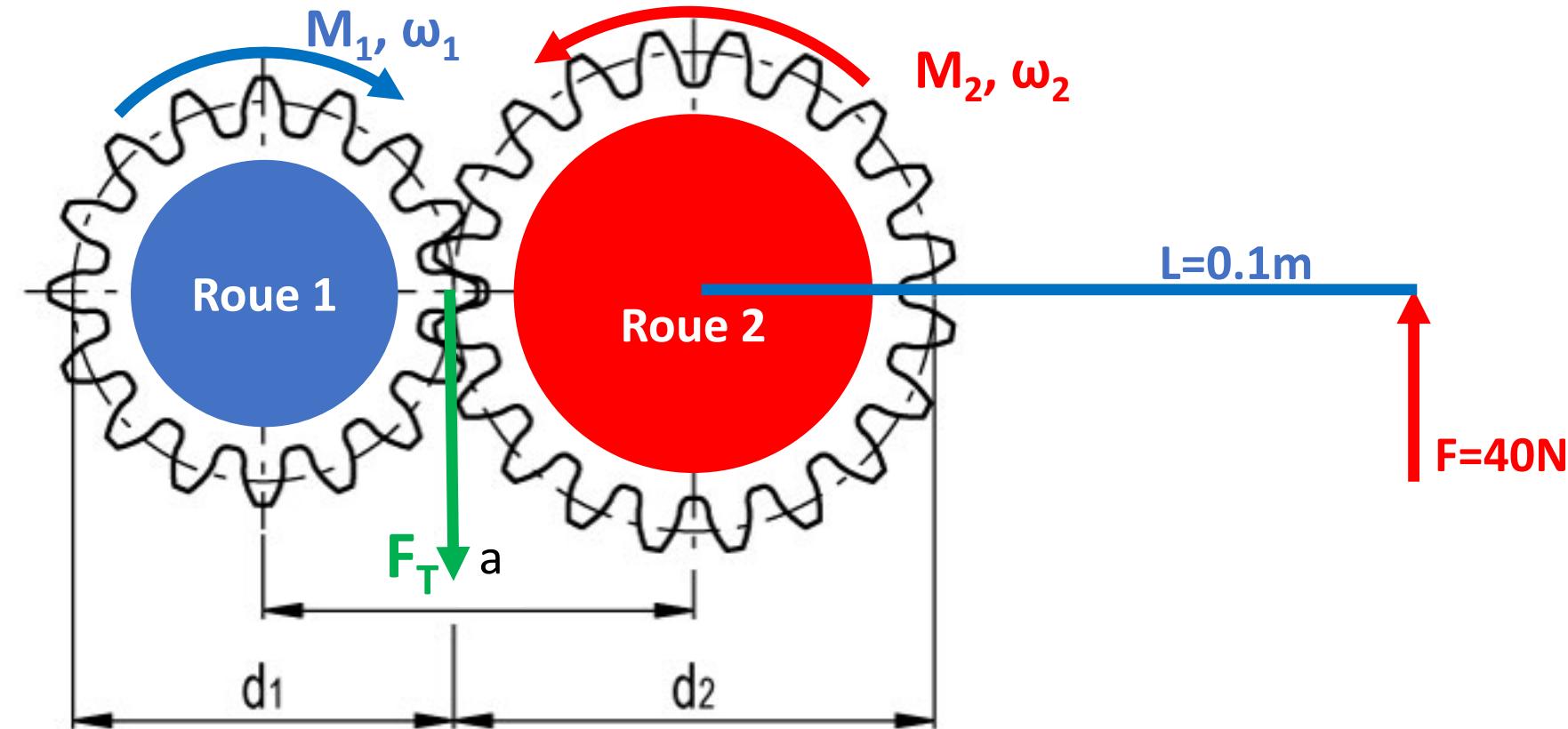


Une personne actionne une manivelle de 0.1m de longueur avec une force de 40N.

La roue 1 doit tourner 2 fois plus vite que la roue 2.

Exemple 2:

Tenue aux efforts



La roue 2 a un diamètre 2 fois plus grand que la roue 1 et possède 2 fois plus de dents.

$$2.d_1 = d_2$$

$$2.m.Z_1 = m.Z_2$$

Moment sur la roue 2 engendré par la manivelle:

$$M_2 = F \cdot L = 4\text{N} \cdot \text{m}$$

Exemple 2:

Tenue aux efforts

2 roues dentées sont choisies chez un fournisseur:

Roue 1: 18 dents – module 1

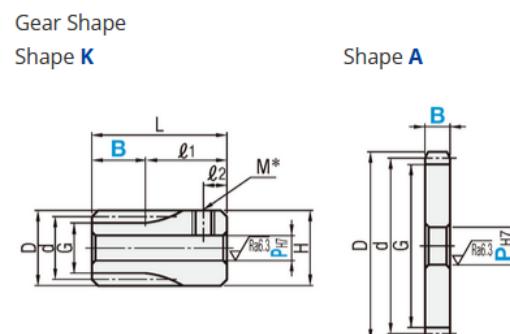
$$d_1 = 18 \text{ mm}$$

Roue 2: 36 dents – module 1

$$d_2 = 36 \text{ mm}$$

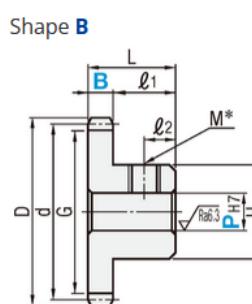
b est choisi tel que $b=10$.

$$b = k \cdot m = 10 \text{ mm donc } k = 10$$



[NG] Tapped shaft bores are not available for Shape A

Shaft Bore Specifications (Selectable Gear Shapes)	
Straight Bore (Shape A, Shape B, Shape K)	Straight Bore + Tap (Shape B, Shape K)
Keyway (Shape A)	Keyway + Tap (Shape B)



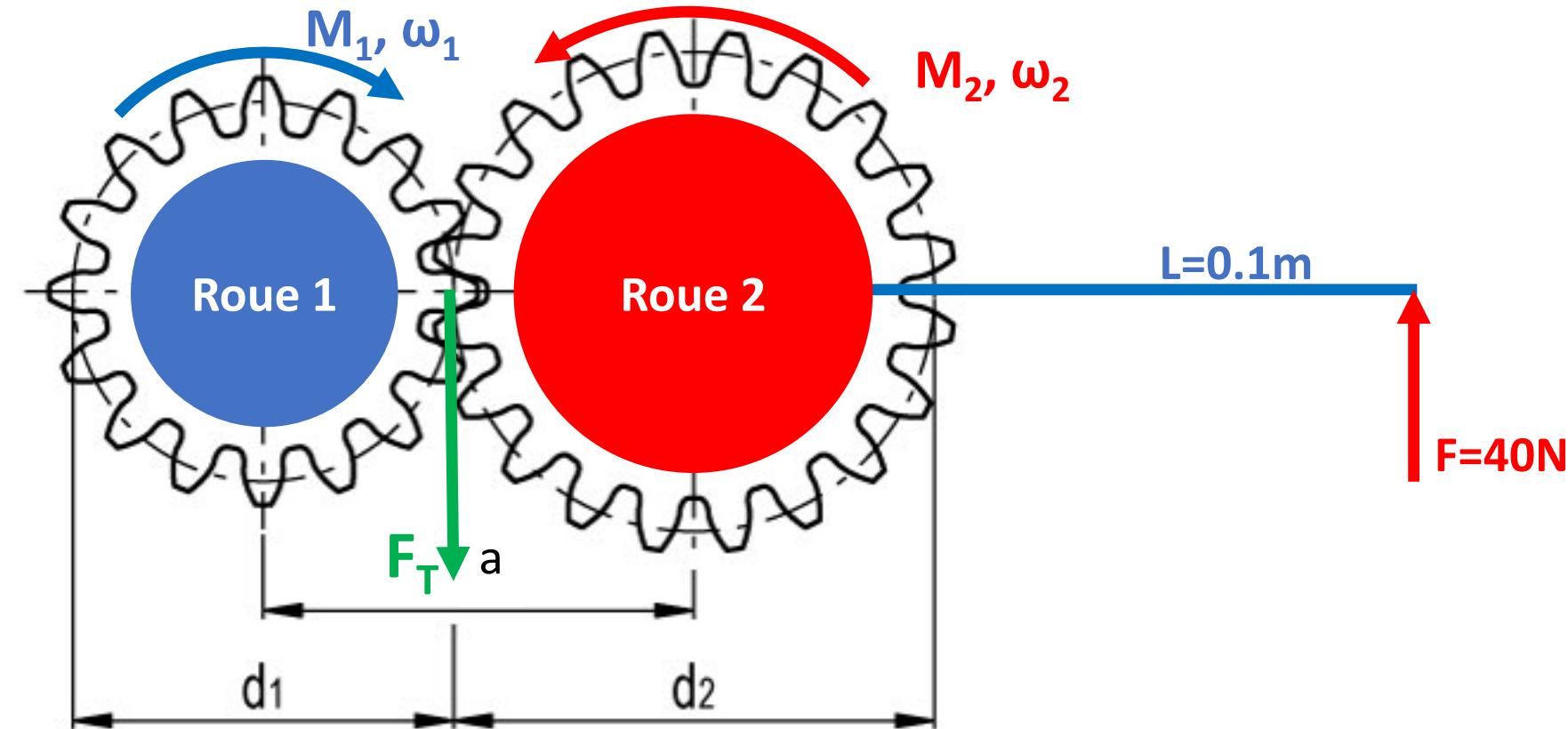
Alésage droit
(forme A, forme B,
forme K)
GEAHB
GEAHBB
GEAHBG
GEAHS

Alésage droit +

Référence pièce		Nombre de dents	B	Engrenages droits	Diam. d'alésage d'arbre P _{H7} (Incrément de 1mm)		d Diam. de référence	Diam. de l'embout D	G Diam. intérieur	H	L	ℓ_1	ℓ_2	M (normal)
					Alésage droit	Alésage droit + taraudage								
		12		K	6~8			12	14	9.5	14			M4
		*13						13	15	10.5	15			
		14		A	6~10		-	14	16	11.5	16			
		15						15	17	12.5	17			
		*16						16	18	13.5	18			
		*17		K	8~12			17	19	14.5	19			
		*18						18	20	15.5	20			
		*19			8~10			19	21	16.5				
		20	10		6~10	8N		20	22	17.5	16			
		21						21	23	18.5				
		*22						22	24	19.5	18			
		*23						23	25	20.5				
		24						24	26	21.5	20			
		*25						25	27	22.5				
		26			6~15	8N~12N		26	28	23.5	22			
		*27						27	29	24.5				
		28			8~17	10N~12N		28	30	25.5	24			
		*29			6~17	8N~15N		29	31	26.5	26			
		30			8~17			30	32	27.5	27			
		32						32	34	29.5				
		*34						34	36	31.5	28			
		35						35	37	32.5				
		36						36	38	33.5				

Exemple 2:

Tenue aux efforts

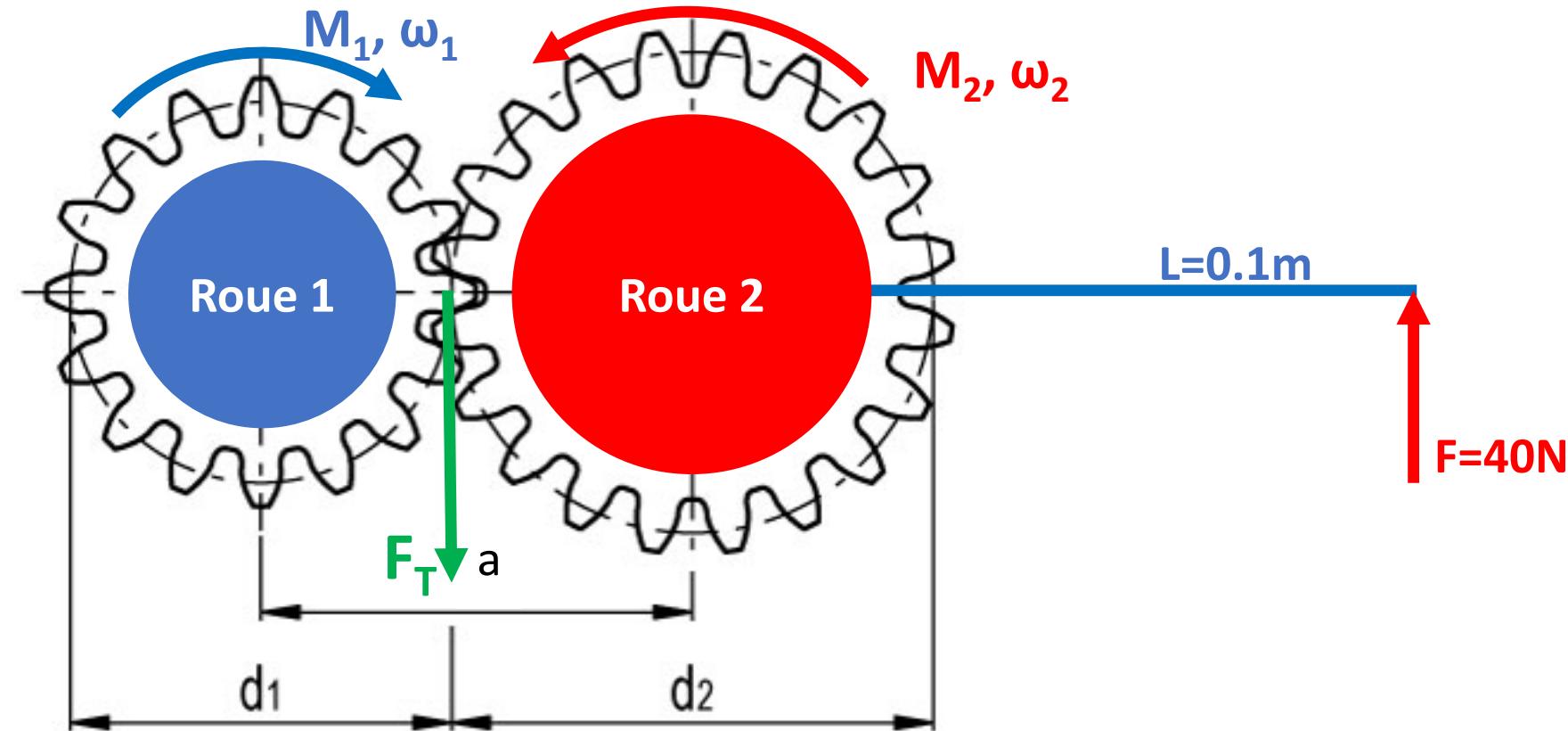


Effort tangentiel sur les dents engendré par la force sur la manivelle:

$$F_T = \frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2} = \frac{4}{0.018} = 222\text{N}$$

Exemple 2:

Tenue aux efforts



Les roues dentées résistent-elles aux efforts?

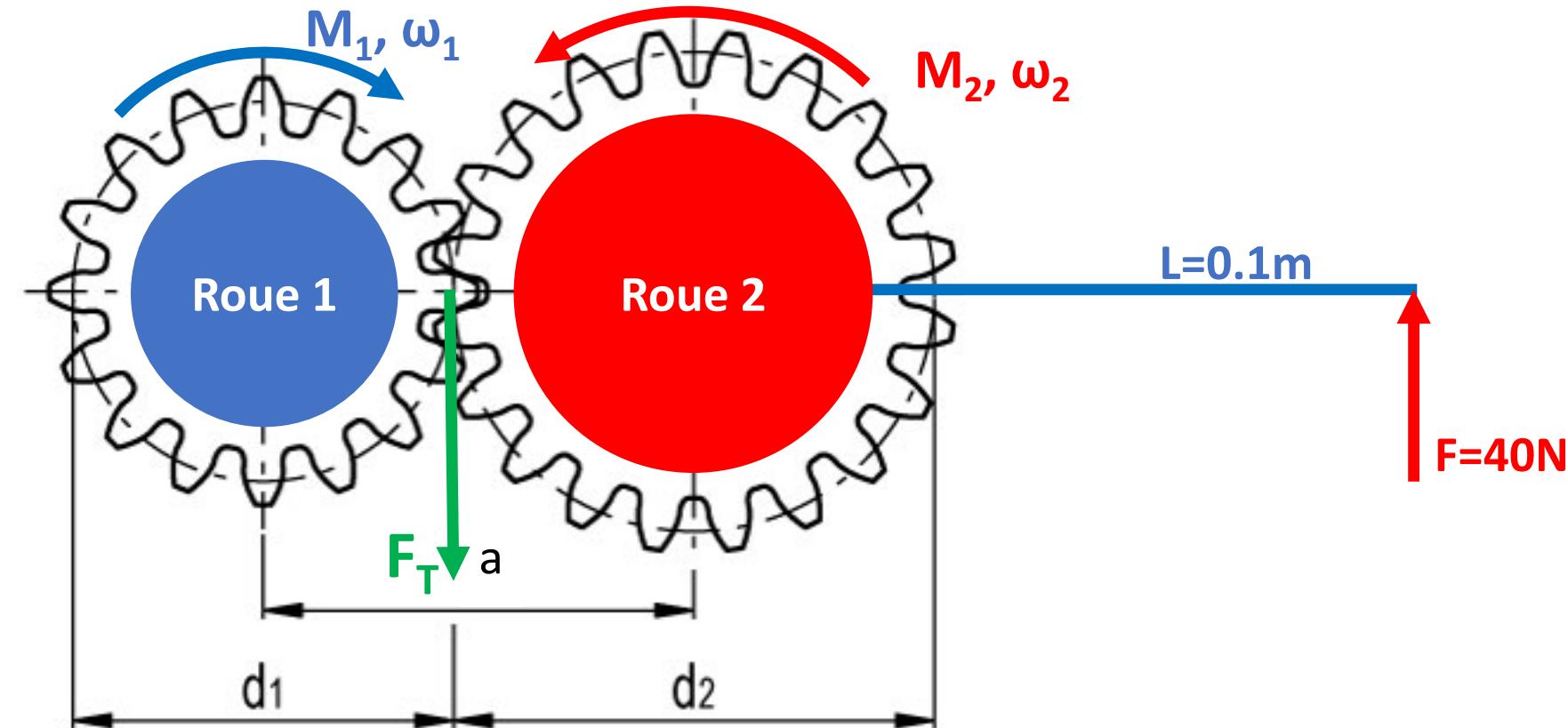
$$\sigma_{max} = 5.47 \frac{F_T}{k \cdot m^2} = 5.47 \frac{222}{10} = 121.4 \text{ MPa}$$

Les roues sont en aciers avec $R_{PE} = 210 \text{ MPa}$.

Les dents des roues résistent donc aux efforts.

Exemple 2:

Tenue aux efforts



On calcule le module minimum pour tenir les 222N:

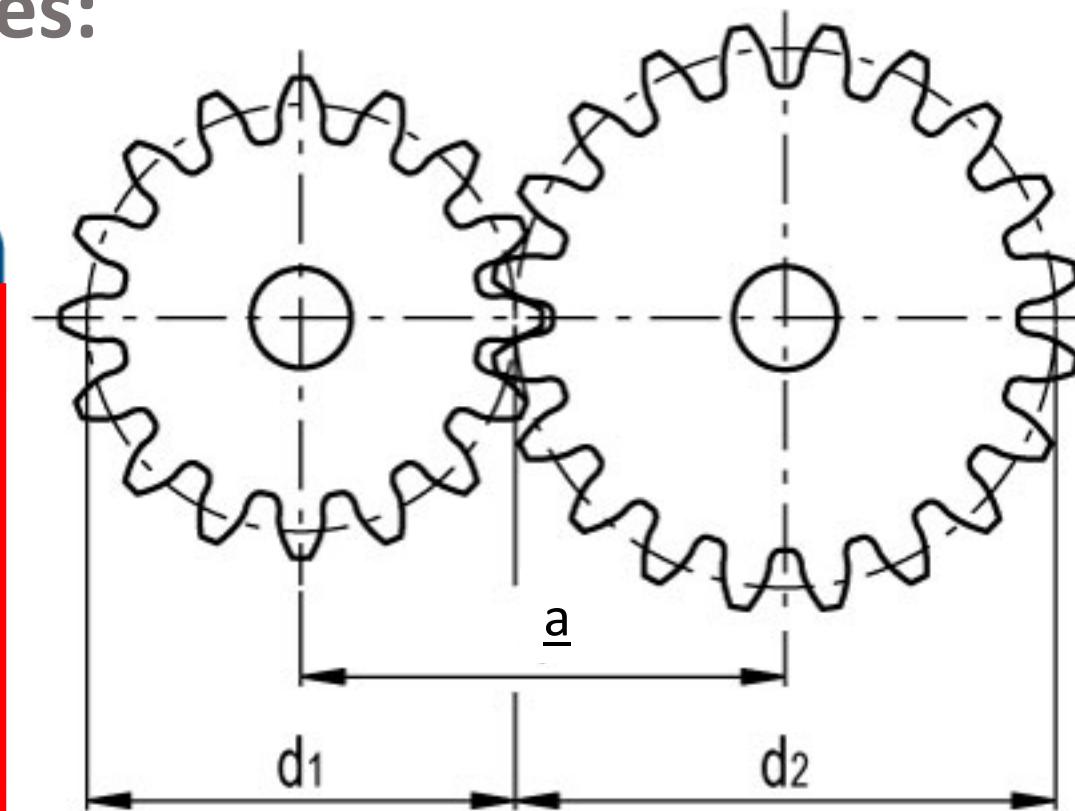
$$m \geq 2,34 \sqrt{\frac{F_T}{k \cdot \sigma_{pe}}} = 2.34 \sqrt{\frac{222}{10 \times 210}} = 0.76\text{mm}$$

Roue dentée de module 0.76mm minimum et de largeur $b=k.m=7.6\text{mm}$ minimum.
 $m=0.4\text{mm}$ trop petit.
 $m=0.8\text{mm}$ ancienne normalisation donc $m=1$ est conservé.

Limites de rapport pour éviter les interférences:

En l'absence de correction de denture:

TABLE 8-7 Number of Pinion Teeth to Ensure No Interference				
For a pinion meshing with a rack		For a 20°, full-depth pinion meshing with a gear		
Tooth form	Minimum number of teeth	Number of pinion teeth	Maximum number of gear teeth	Maximum ratio
14½°, involute, full-depth	32	17	1309	77.00
20°, involute, full-depth	18	16	101	6.31
25°, involute, full-depth	12	15	45	3.00
		14	26	1.85
		13	16	1.23



18 dents minimum pour un engrenage pignon / crémaillère.

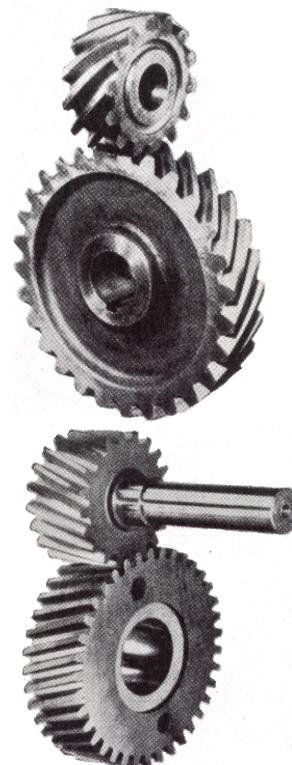
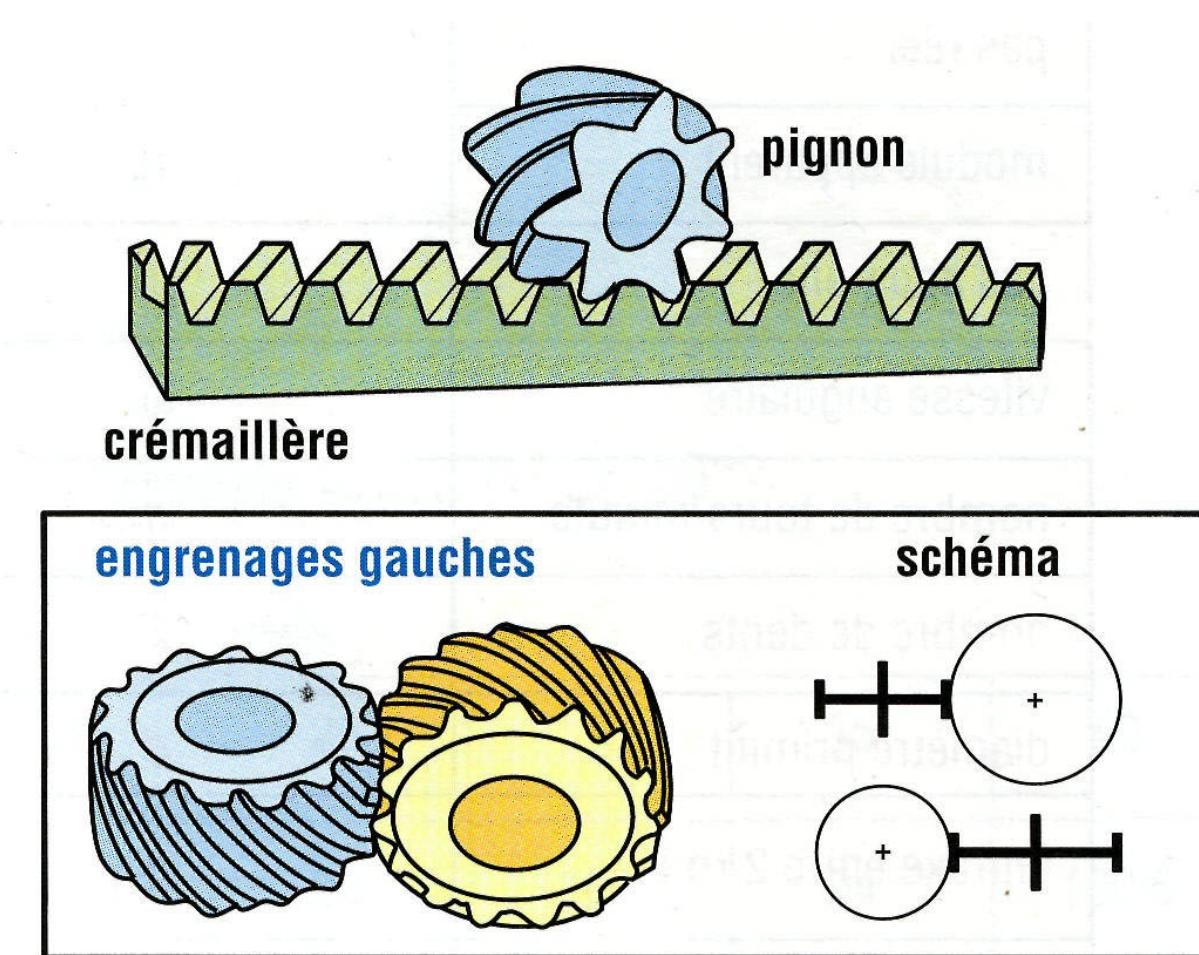
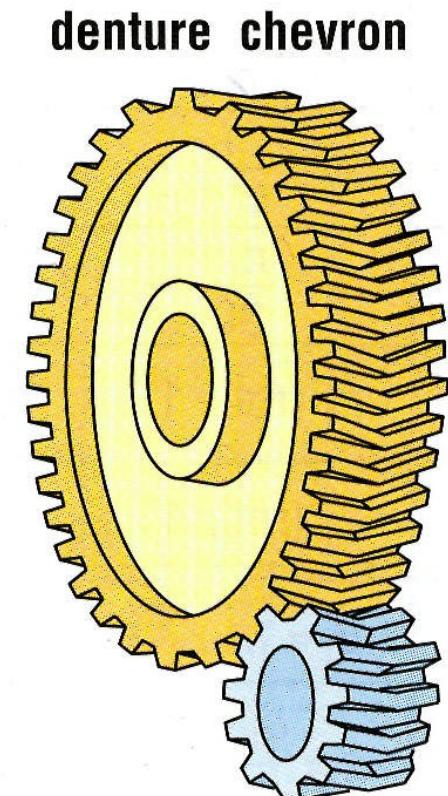
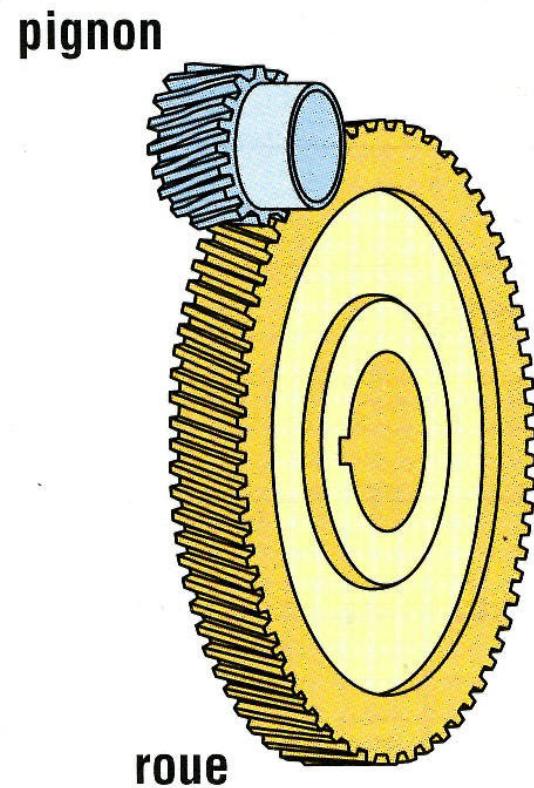
Au delà, il faut corriger les dentures.

Source: MACHINE ELEMENTS IN MECHANICAL DESIGN Sixth Edition

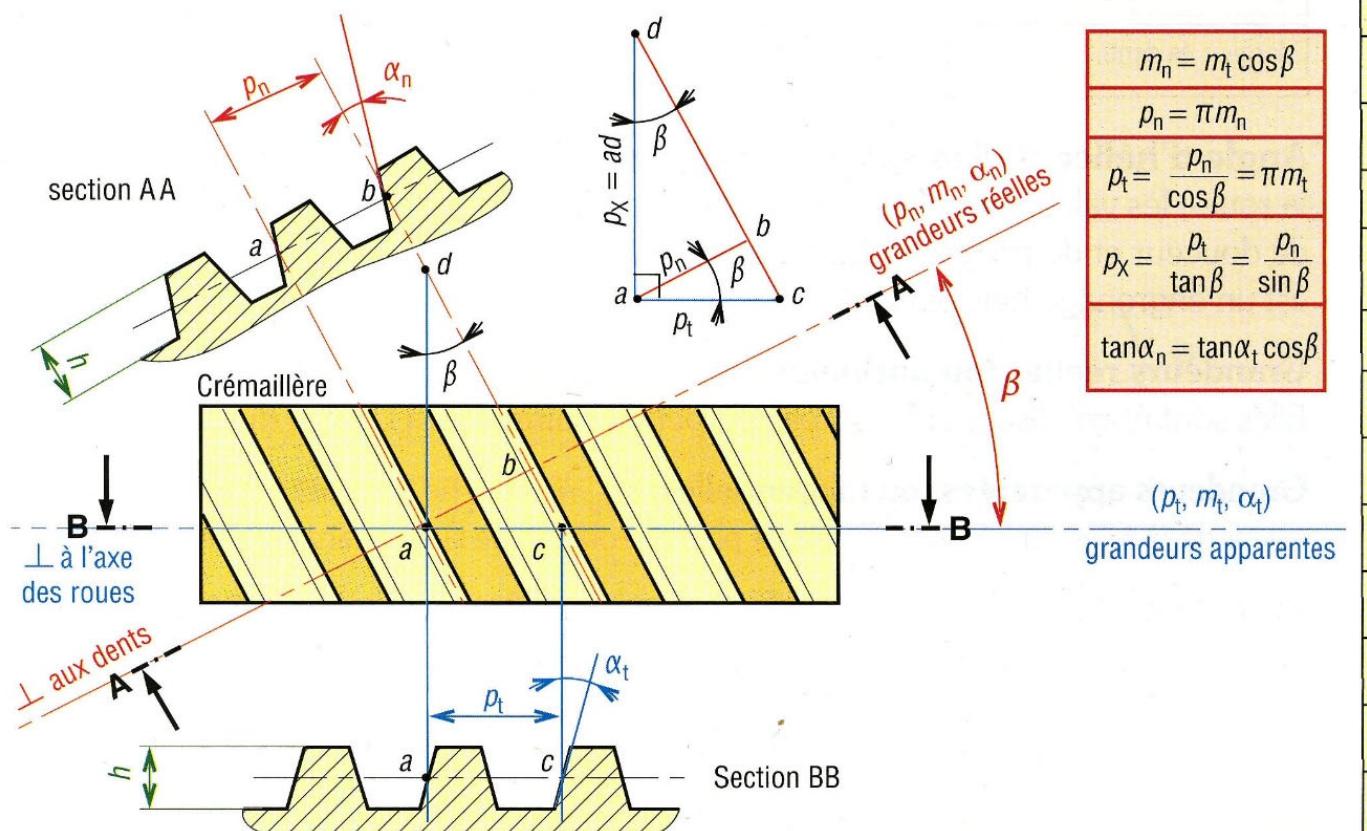
Robert L. Mott University of Dayton - Edward M. Vavrek Purdue University - Jyhwen Wang Texas A&M University

8.2. Engrenages droits à denture hélicoïdale

- Pour arbres parallèles
- Plus silencieux, plus progressif
- Plus performants en puissance et couple (plusieurs dents en prise: 2, 3, 4)
- Dents inclinées par rapport à l'axe de rotation des arbres: efforts axiaux sur arbres

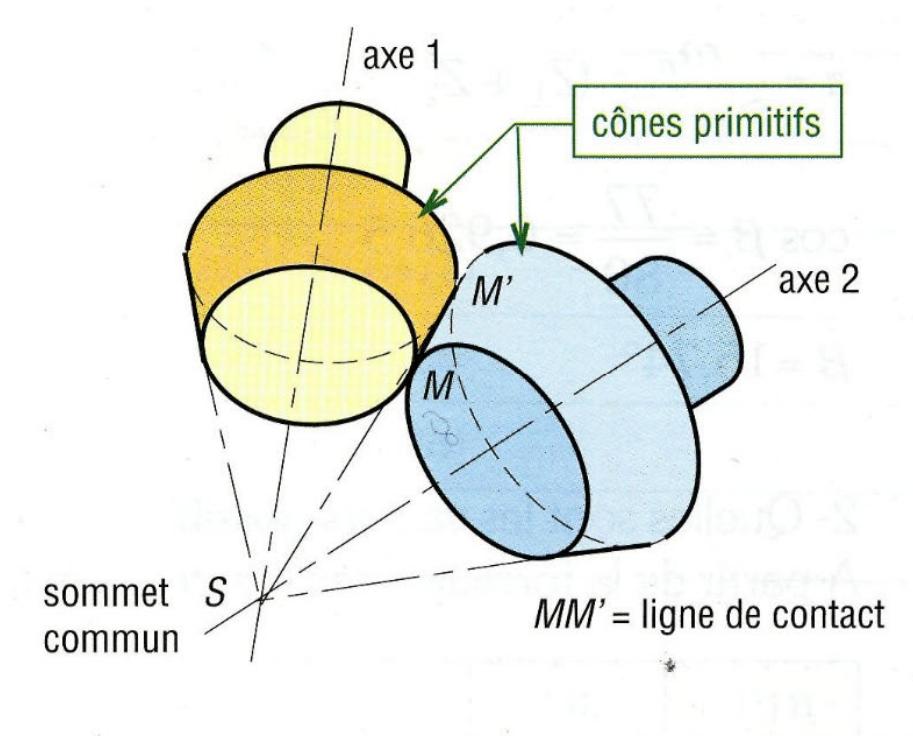
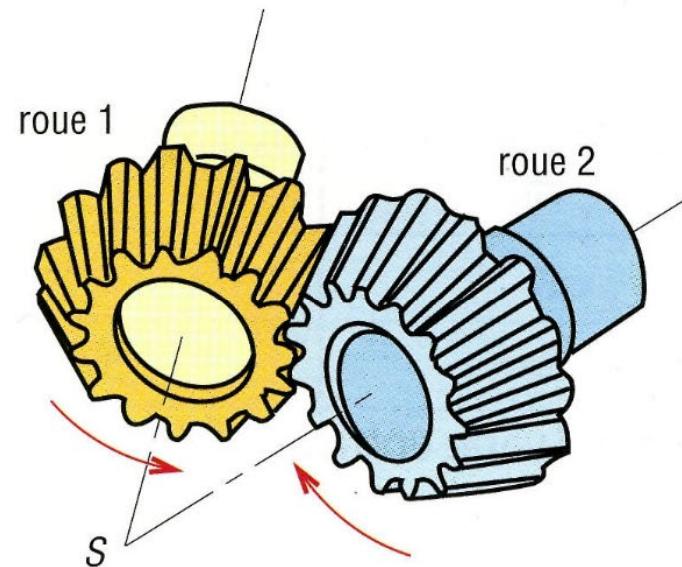


Droits à denture hélicoïdale



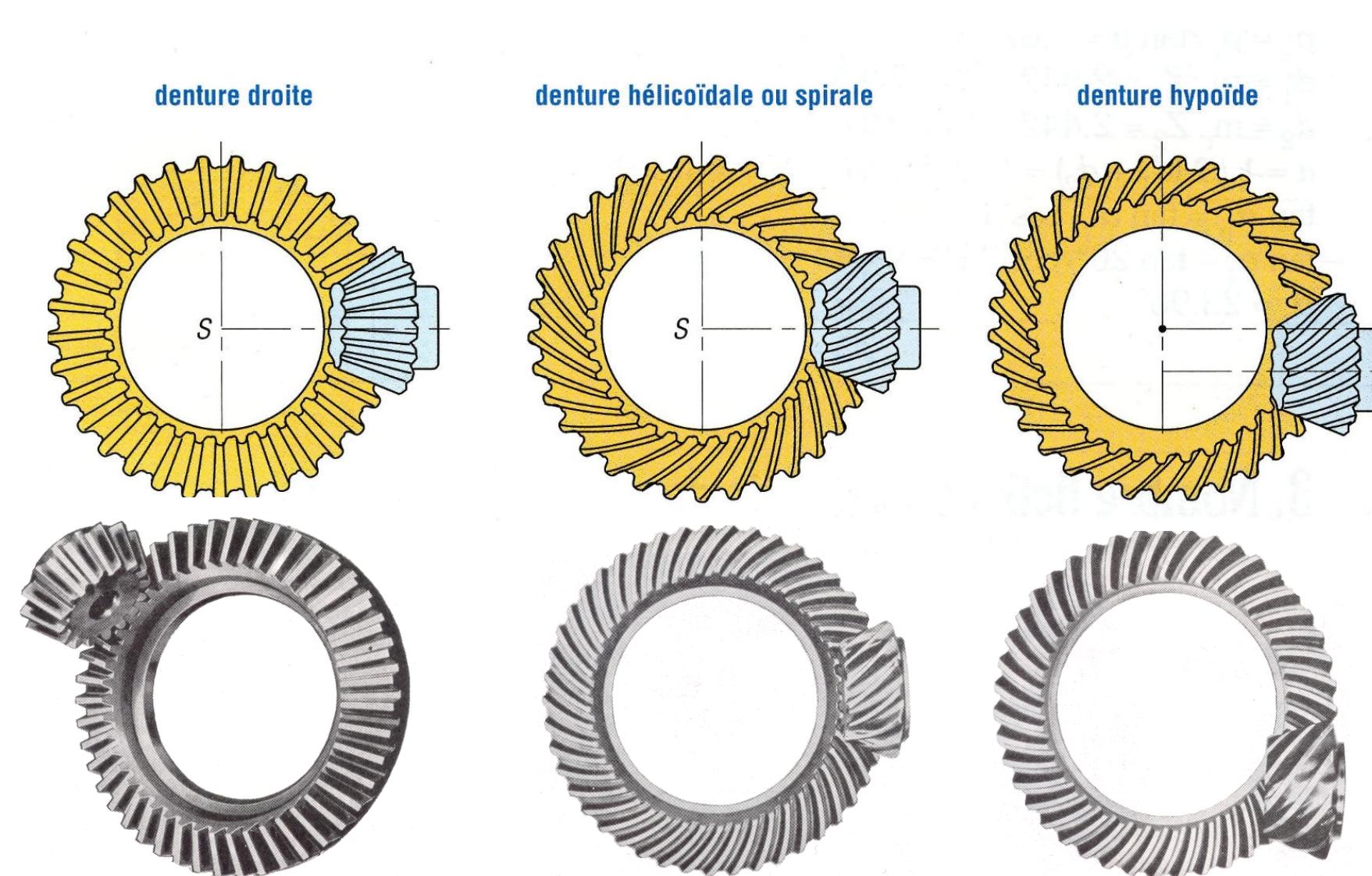
Principales caractéristiques des engrenages droits à denture hélicoïdale		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
angle d'hélice	β	valeurs usuelles : $15^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$
sens de hélice		si la roue 1 a une hélice à droite, alors la roue 2 a une hélice à gauche
module réel	m_n	m_n est à choisir dans la série des modules normalisés
pas réel	p_n	$p_n = \pi \cdot m_n$
module apparent	m_t	$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$ (augmente avec β)
pas apparent	p_t	$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta} = \pi \cdot m_t$
vitesse angulaire	ω	$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1n$ (unités rad/s)
nombre de tours/minute	n	n_1 (roue 1) n_2 (roue 2)
nombre de dents	Z	Z_1 (roue 1) Z_2 (roue 2)
diamètre primitif	d	$d_1 = m_t Z_1$ et $d_2 = m_t Z_2$
entraxe entre 2 roues	a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t(Z_1 + Z_2)}{2} = \frac{m_n(Z_1 + Z_2)}{2 \cos \beta}$
saillie	h_a	$h_a = m_n$
creux	h_f	$h_f = 1,25 m_n$
hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25 m_n$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2m_n$
diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5m_n$
diamètre de base	d_b	$d_b = d \cos \alpha_n$
angle de pression réel	α_n	valeur la plus usuelle : $\alpha = 20^\circ$
angle de pression apparent	α_t	$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cdot \cos \beta$
pas de base réel	p_{bn}	$p_{bn} = p_n \cdot \cos \alpha_n$
pas de base apparent	p_{bt}	$p_{bt} = p_t \cdot \cos \alpha_t$
pas axial	p_x	$p_x = \frac{p_t}{\tan \beta} = \frac{p_n}{\sin \beta} = \frac{p_z}{Z}$
pas de l'hélice primitive	p_z	$p_z = \frac{\pi \cdot d}{\tan \beta} = Z \cdot p_x$
largeur de dent	b	$b > 2 \frac{\pi \cdot m_n}{\sin \beta} = 2p_x$

- Pour arbres non parallèles à axes concourants (axes à 90° les plus courants)

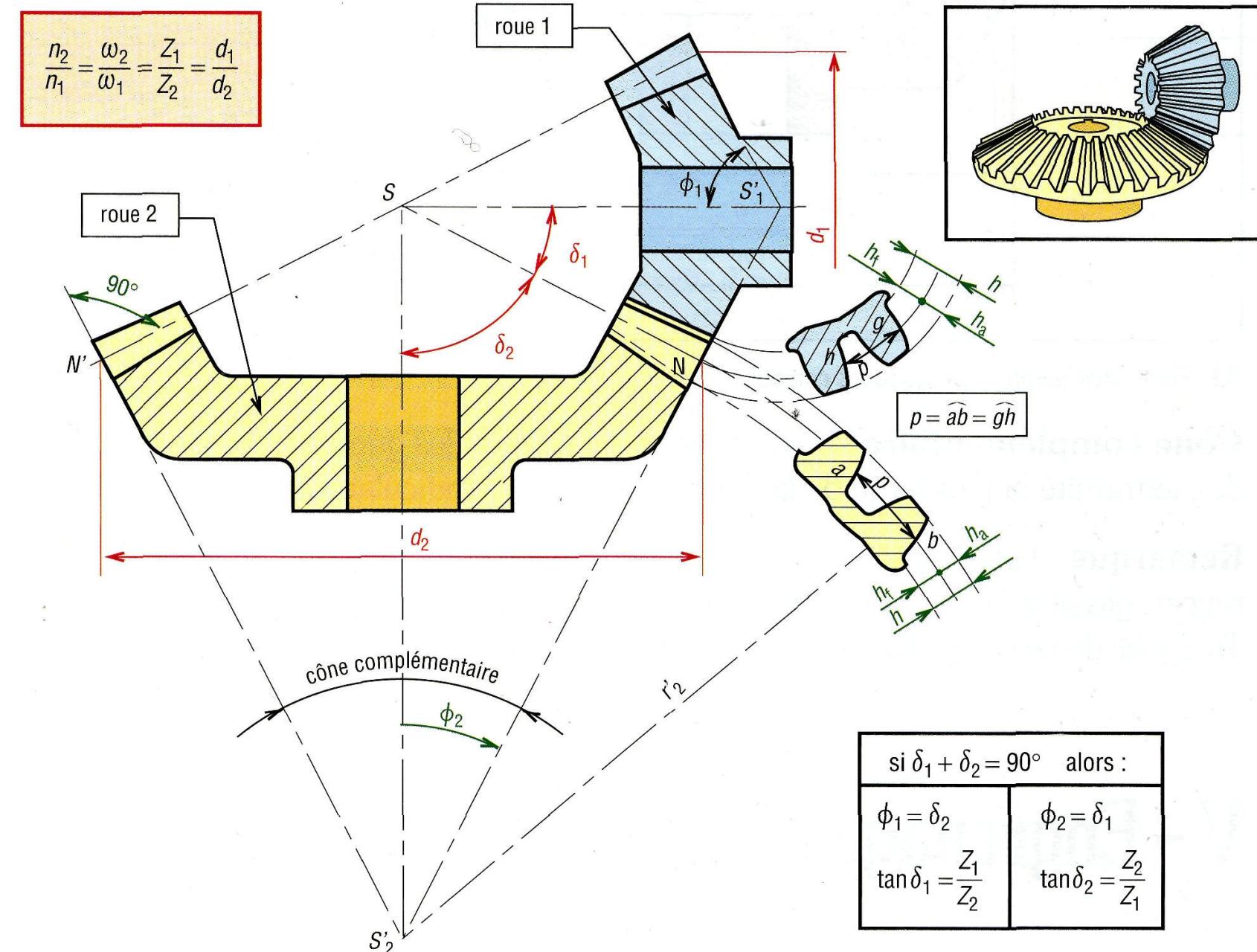


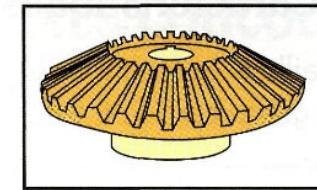
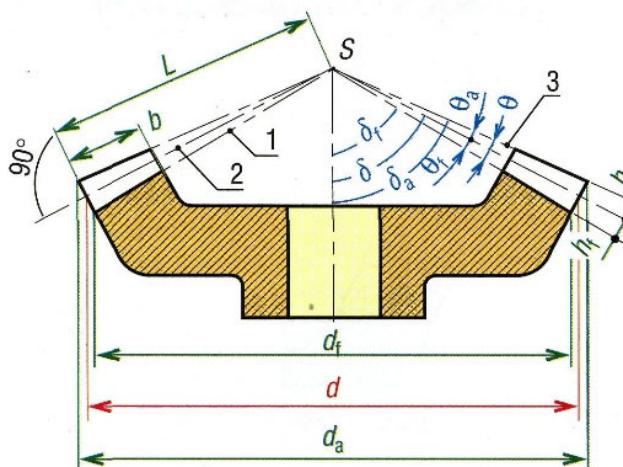
Dentures:

- Droites: les plus simples: plus bruyants, contraintes élevées sur les dents
- Hélicoïdales, Spirales: plus silencieux, progressifs



Cinématique

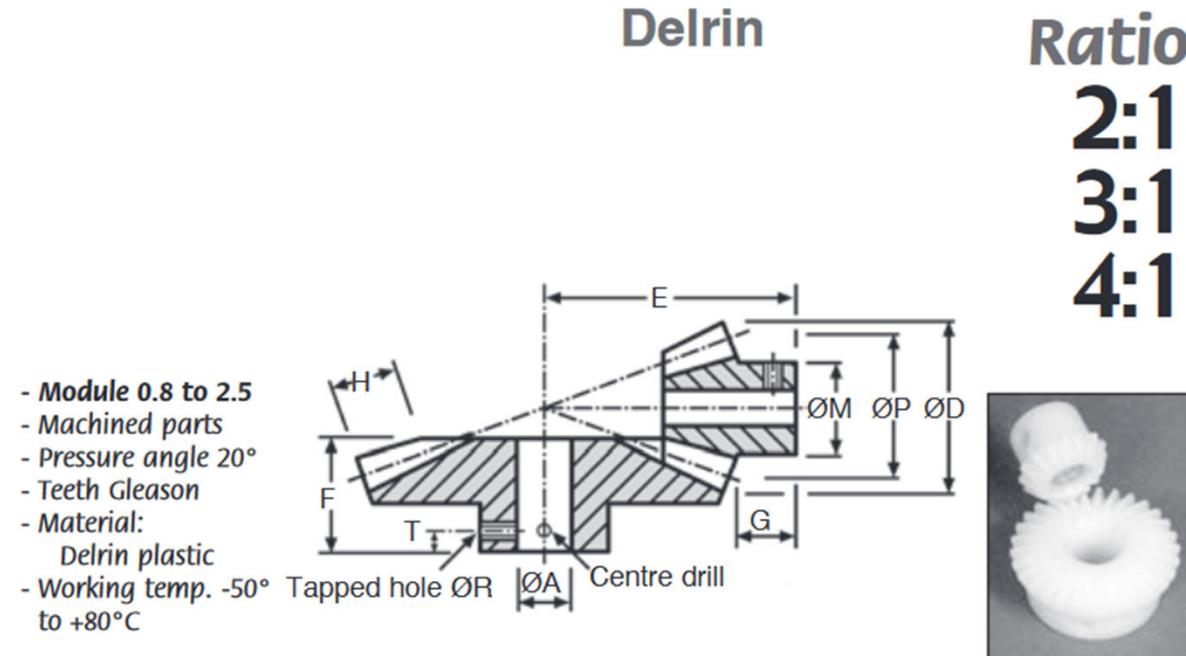




1 : cône de pied
2 : cône primitif
3 : cône de tête

Principales caractéristiques des engrenages coniques à denture droite		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
vitesse angulaire	ω	$\omega = (\pi \cdot n)/30 \approx 0,1n$ (unités : rad/s)
nombre de tours/minute	n	n_1 (roue 1) n_2 (roue 2)
module	m	valeurs normalisées (tableau 1) mesurée sur cône complémentaire
pas primitif	p	$p = \pi \cdot m = 3,141\,59m$ (avec $p = p_1 = p_2$)
nombre de dents	z	Z_1 (roue 1) Z_2 (roue 2)
diamètre primitif	d	$d_1 = mZ_1$ et $d_2 = mZ_2$
angle primitif	δ	δ_1 (roue 1) δ_2 (roue 2)
angle de pression	α	valeur la usuelle $\alpha = 20^\circ$
angle de tête	δ_a	$\delta_a = \delta + \theta_a$
angle de creux	δ_f	$\delta_f = \delta - \theta_f$
angle de saillie	θ_a	$\tan \theta_a = 2m \cdot \sin \delta / d$
angle de creux	θ_f	$\tan \theta_f = 2,5m \cdot \sin \delta / d$
angle de hauteur	θ	$\theta = \theta_a + \theta_f$
longueur génératrice primitive		$L = d_1/2 \sin \delta_1 = d_2/2 \sin \delta_2$
largeur de dent	b	$L/4 \leq b \leq L/3$ (raisons de taillage)
saillie	h_a	$h_a = m$
creux	h_f	$h_f = 1,25m$
hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25m$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2m \cdot \cos \delta$
diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5m \cdot \cos \delta$
$\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$		$\delta_1 + \delta_2 < 90^\circ$
$\phi_1 = \delta_2$ $\phi_2 = \delta_1$ $\tan \delta_1 = Z_1/Z_2$ $\tan \delta_2 = Z_2/Z_1$		$\phi_1 = 90 - \delta_1$ $\phi_2 = 90 - \delta_2$ $\tan \delta_2 = \frac{\sin(\delta_1 + \delta_2)}{Z_1/Z_2 + \cos(\delta_1 + \delta_2)}$
		$\phi_1 = 90 - \delta_1$ $\phi_2 = 90 - \delta_2$ $\tan \delta_2 = \frac{\sin[180 - (\delta_1 + \delta_2)]}{Z_1/Z_2 - \cos[180 - (\delta_1 + \delta_2)]}$

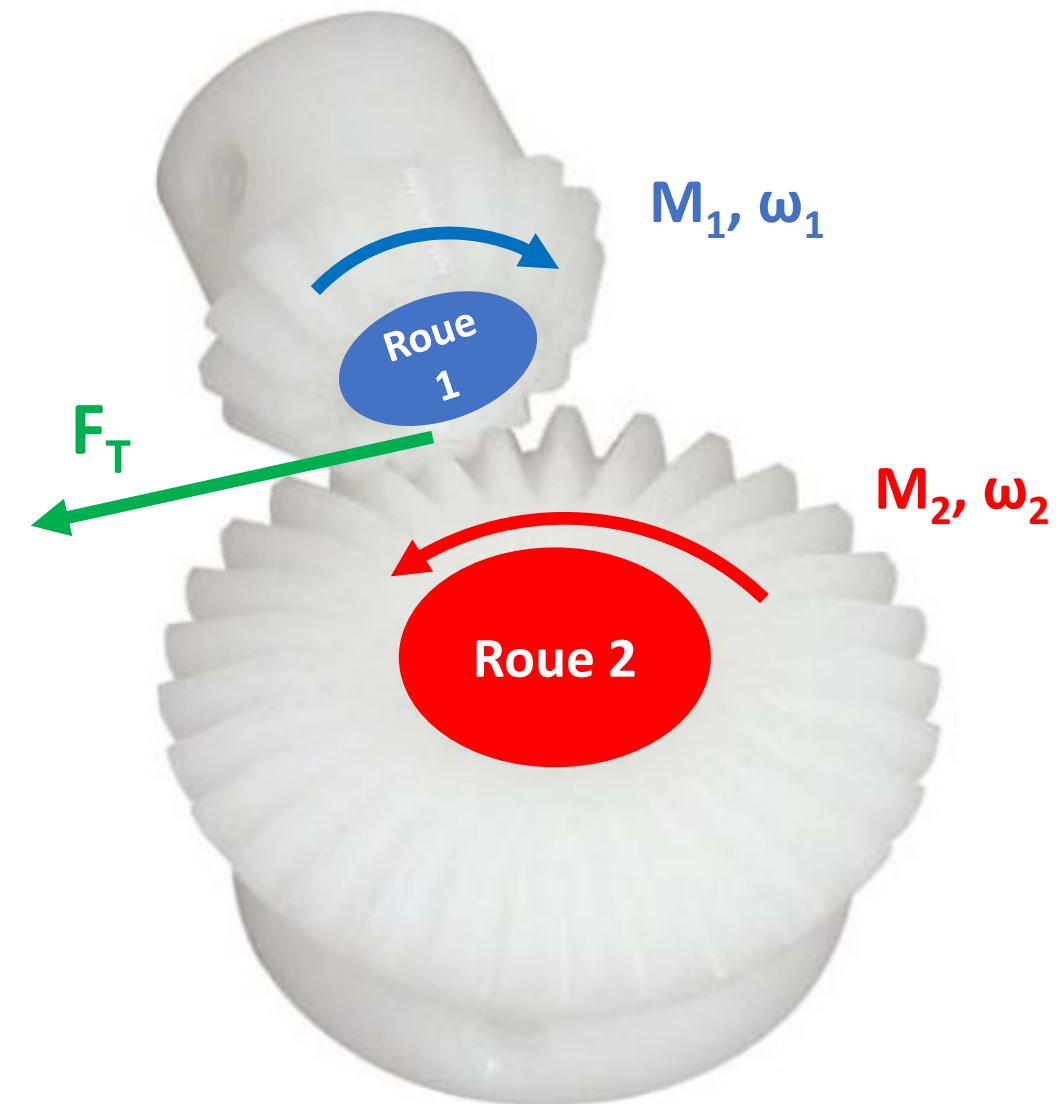
Exemple : Tenue aux efforts

**Machined plastic bevel gear**

TORQUE AND POWER INDICATION	For 20 teeth at 1000 rpm					
	2.5 MOD	2.0 MOD	1.5 MOD	1.25 MOD	1.0 MOD	0.8 MOD
Torque (Nm)	0.91	0.46	0.20	0.15	0.12	0.03
Power (kW)	0.09	0.05	0.02	0.016	0.013	0.003

DISCOUNTS		
Qty	1+	6+ 30+ On request
Disc.	List -22%	

Part number	Z	Module	Teeth										Price each
			ØP	E	ØD	ØA	ØM	F	G	H	ØR	T	
ZDB0.8-15	15	0,8	12,00	20,00	13,93	6	10	11,90	7,50	4,02	M3	3,50	16,99 €
ZDB0.8-30	30		24,00	14,00	24,64	8	20	10,08	5,50	4,02	M3	3,50	20,09 €
ZDB1-15	15	1	15,00	24,00	17,42	8	14	13,87	8,76	5,03	M4	4,00	19,28 €
ZDB1-30	30		30,00	18,00	30,58	10	25	13,11	7,00	5,03	M4	4,00	23,70 €
ZDB1.5-15	15	1,5	22,50	35,00	26,12	10	21	19,84	12,13	7,55	M4	5,00	26,74 €
ZDB1.5-30	30		45,00	27,00	45,87	10	30	19,66	11,00	7,55	M4	5,00	26,90 €
ZDB2-15	15	2	30,00	45,00	34,83	12	28	24,76	14,86	10,06	M5	7,50	23,24 €
ZDB2-30	30		60,00	35,00	61,16	12	40	25,21	14,00	10,06	M5	8,00	32,33 €



Exemple : Tenue aux efforts

Données fournisseur:

Roue Z=20 dents – Module m=2mm

$M_{max} = 0.46 \text{ N.m}$

Effort tangentiel maximum correspondant sur une dent:

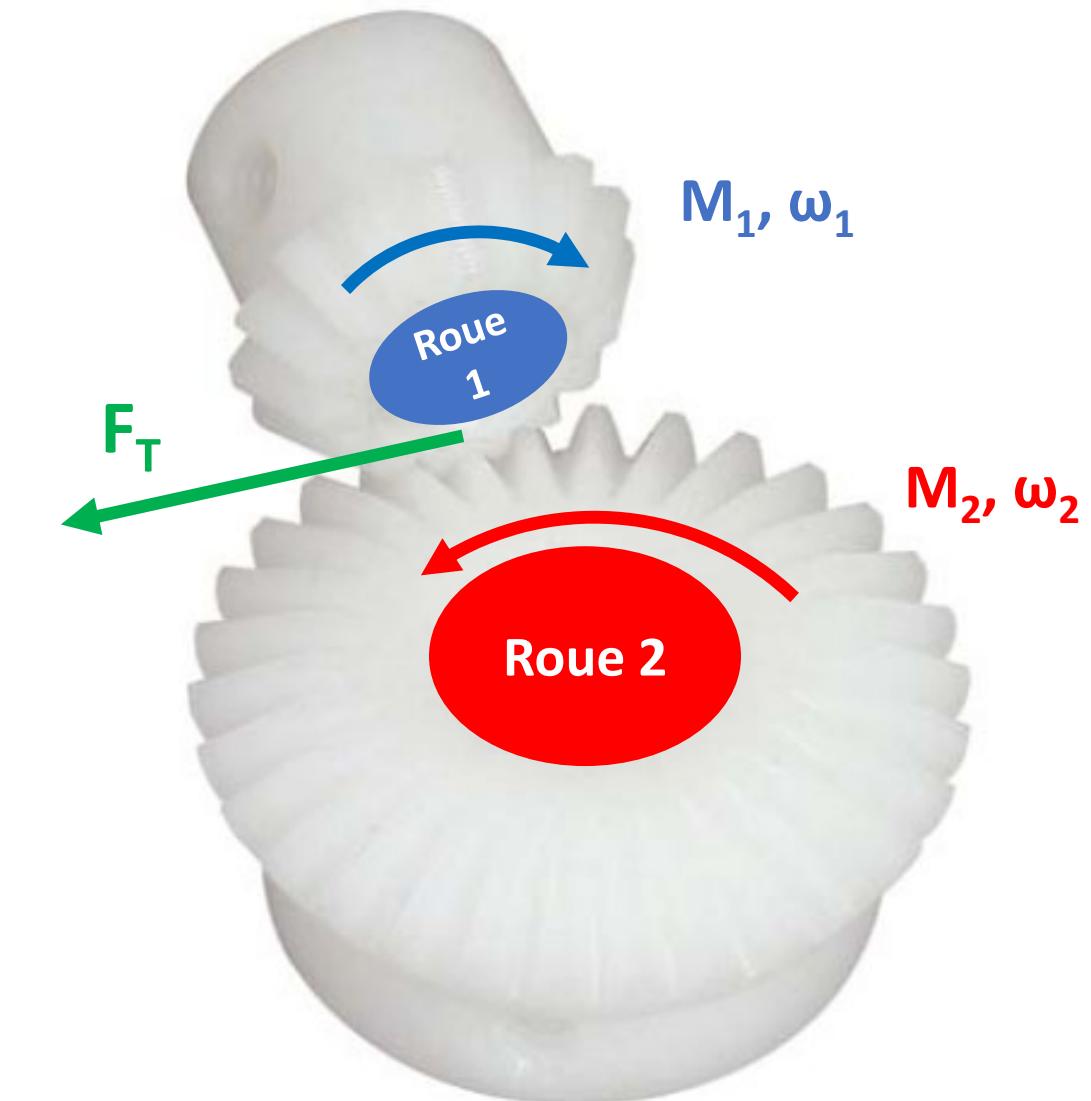
$$F_{Tmax} = M_{max} / R = M_{max} / (m.Z/2) = 23\text{N}$$

1 dent résiste à un maximum de 23N.

Moment maximum sur les roues 15 et 30 dents:

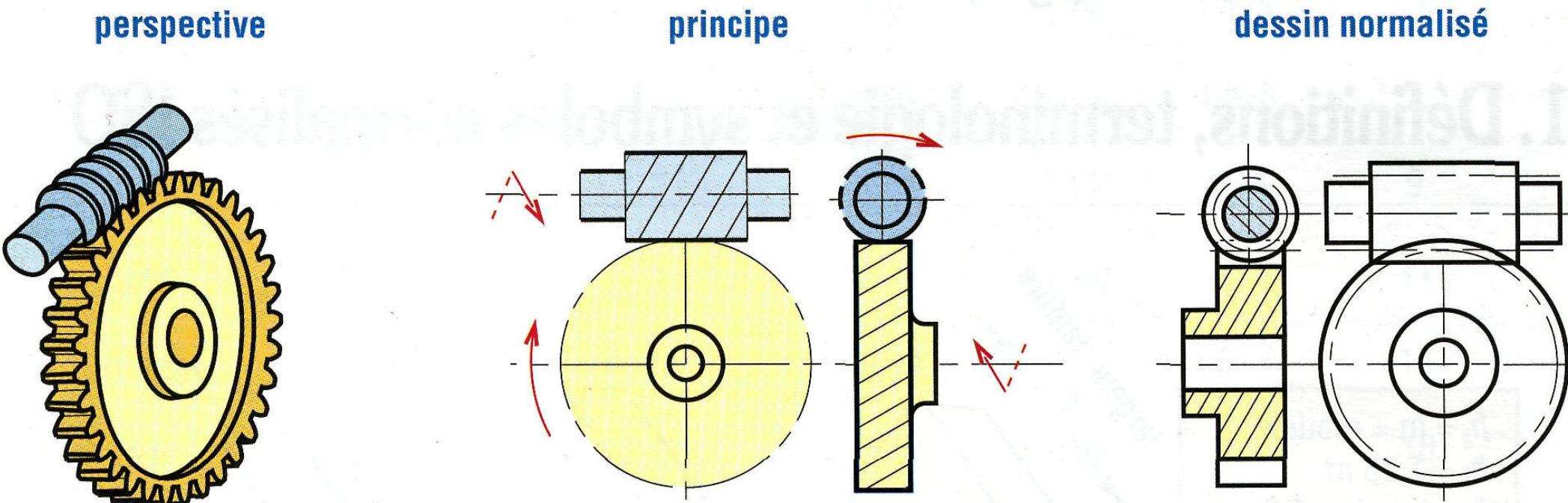
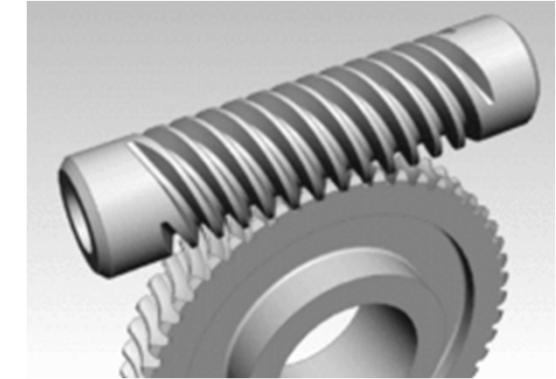
$$M_{15dents} = F_{Tmax} \cdot R_{15dents} = 23 \times (0.002 \times 15/2) = 0.345\text{N.m}$$

$$M_{30dents} = F_{Tmax} \cdot R_{30dents} = 23 \times (0.002 \times 30/2) = 0.69\text{N.m}$$



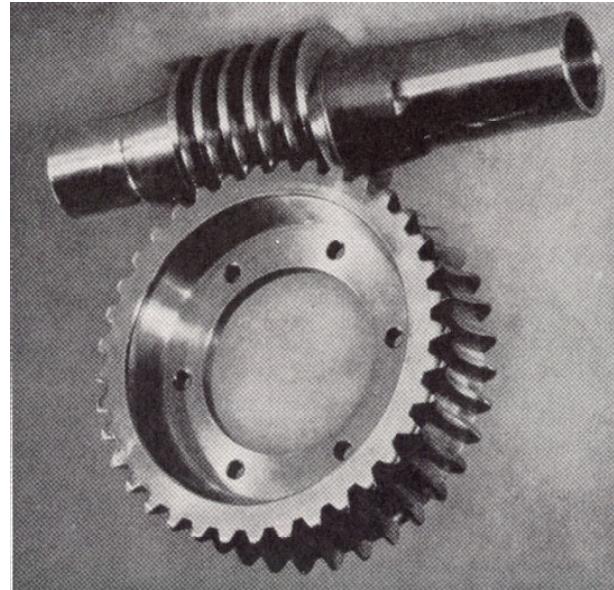
8.2. Engrenages: roue et vis sans fin

- Vis sans fin: filet à droite ou à gauche pour sens de rotation
- Axes orthogonaux
- Rapport de réduction jusqu'à 1/200
- Engrènement doux (silencieux, sans chocs)
- Attention a l' irréversibilité du mouvement !
- Glissement et frottement importants: rendement médiocre
- Il faut des matériaux en contact a faible frottement et lubrification.

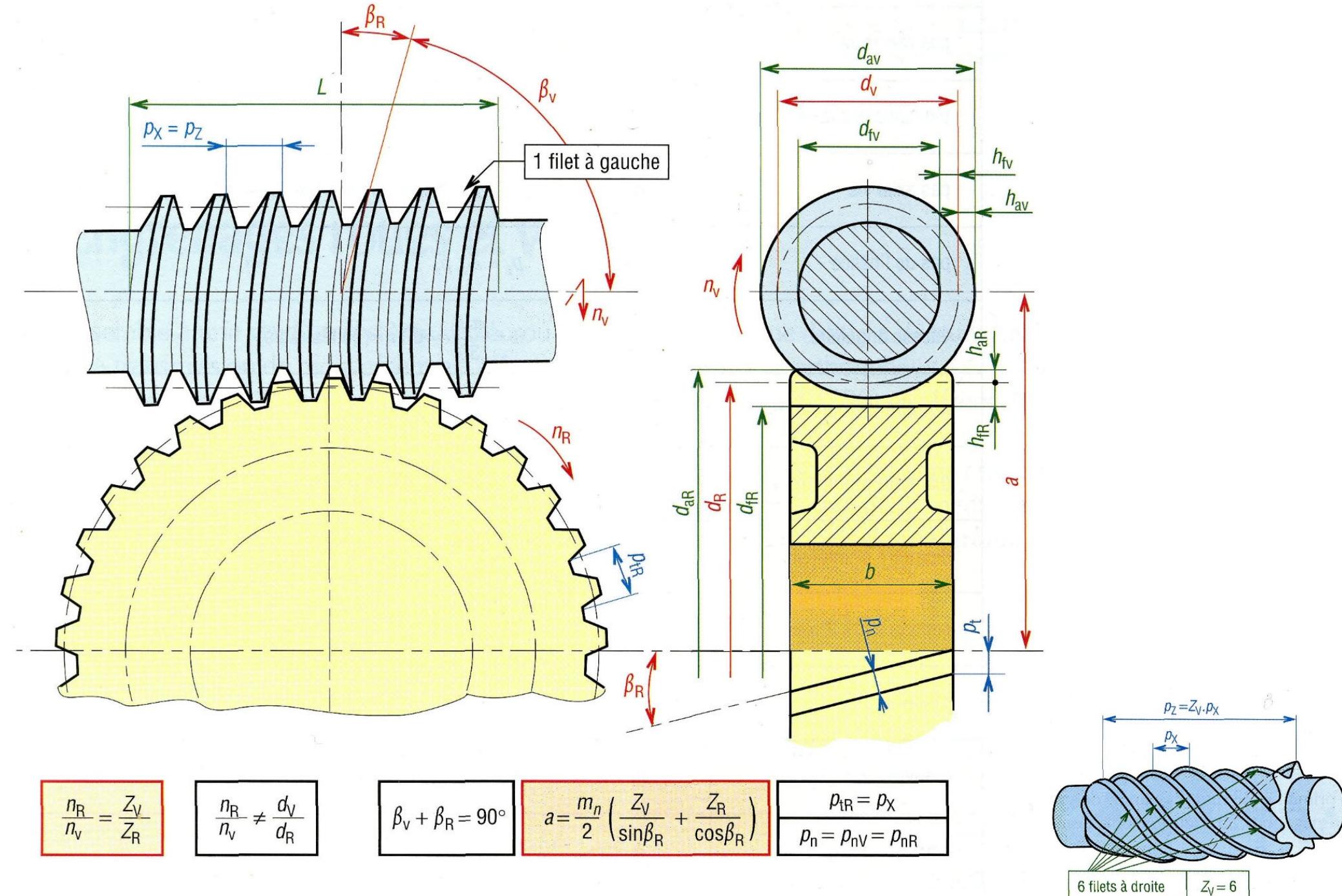


Principales caractéristiques des engrenages roue et vis		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
nombre de filets vis	Z_V	
nombre de dents roue	Z_R	$Z_R + Z_V > 40$
angle d'hélice vis	β_V	irréversibilité si $\beta_R < 6^\circ$ à 10°
angle d'hélice roue	β_R	$\beta_V + \beta_R = 90^\circ$
sens des hélices		le sens (à droite ou à gauche) est le même pour la vis et la roue
module réel roue	m_n	m_n (le même pour la vis et la roue)
module axial vis	m_x	$m_x = \frac{p_x}{\pi} = \frac{m_n}{\cos \beta_R} = \frac{m_n}{\sin \beta_V}$
pas réel roue	p_n	$p_n = \pi \cdot m_n$
pas apparent roue	p_t	$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta_R} = \pi \cdot m_t$
pas axial vis	p_x	$p_x = p_t$ (pas axial vis = pas apparent roue)
pas de l'hélice	p_z	$p_z = Z_V \cdot p_x$
vitesse angulaire	ω	$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1n$ (unités rad/s)
nombre de tours/minute	n	n_V vis et n_R roue

diamètre primitif roue	d_R	$d_R = m_t \cdot Z_R$
diamètre primitif vis	d_V	$d_V = \frac{p_z}{\pi \tan \beta_R}$ et $\frac{a^{0,875}}{3} \leq d_V \leq \frac{a^{0,875}}{1,7}$
entraxe entre 2 roues	a	$a = \frac{d_V + d_R}{2}$
saillie	h_a	$h_a = m_n$
creux	h_f	$h_f = 1,25 m_n$
hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f$
diamètre de tête vis	d_{av}	$d_{av} = d_V + 2m_n$
diamètre de pied vis	d_{fv}	$d_{fv} = d_V - 2,5m_n$
angle de pression réel	α_n	commun à la vis et à la roue valeur : $14^\circ 30'$, 20° , 25° et 30°
angle de pression axial vis	α_x	$\alpha_x = \alpha_t$ (roue)
longueur de la vis	L	$L \approx 5p_x$ ou $6p_x$



Si $\beta_R < 6 \text{ à } 10^\circ$
mécanisme irréversible



Cas du frottement

Si f est le coefficient de frottement entre les roues

$$F_{Tv} = F(\cos \alpha_n \cdot \sin \beta + f \cdot \cos \beta)$$

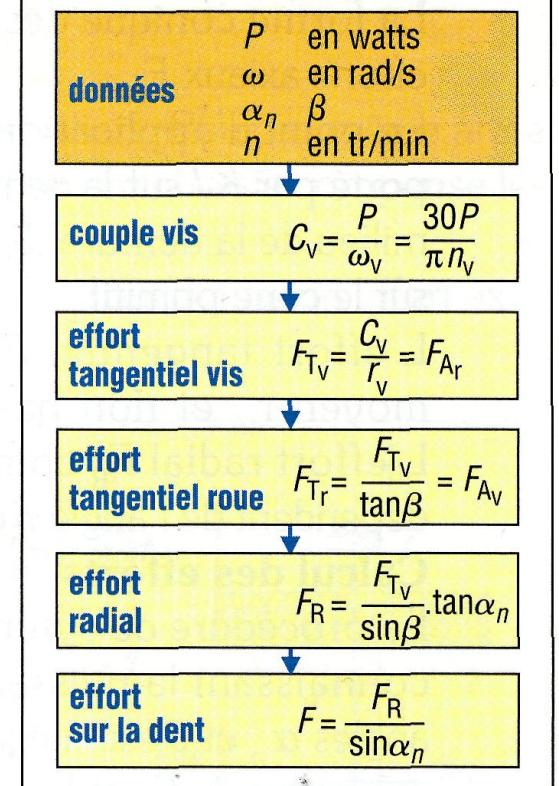
$$F_{Tr} = F(\cos \alpha_n \cdot \cos \beta - f \cdot \sin \beta)$$

$$F_R = F \cdot \sin \alpha_n \text{ (inchangé)}$$

$$\eta = \frac{\text{puissance sortie}}{\text{puissance entrée}}$$

$$= \frac{\cos \alpha_n - f \cdot \tan \beta}{\cos \alpha_n + f \cdot \cot \beta}$$

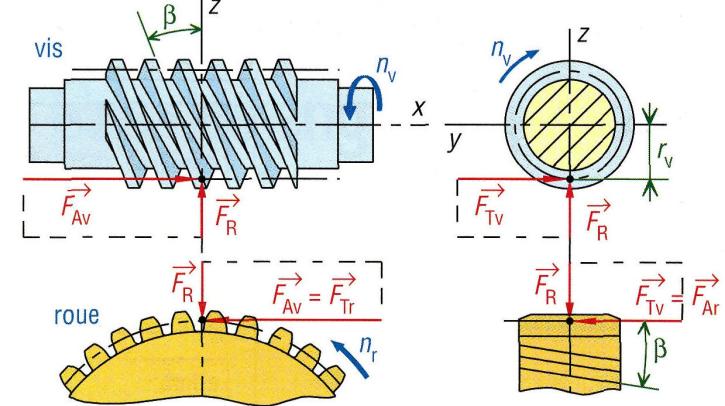
Variation du rendement η lorsque $f = 0,05$ et $\alpha_n = 20^\circ$									
β (deg)	1	2	3	5	8	15	25	30	40
η	0,25	0,40	0,49	0,62	0,72	0,82	0,88	0,89	0,90



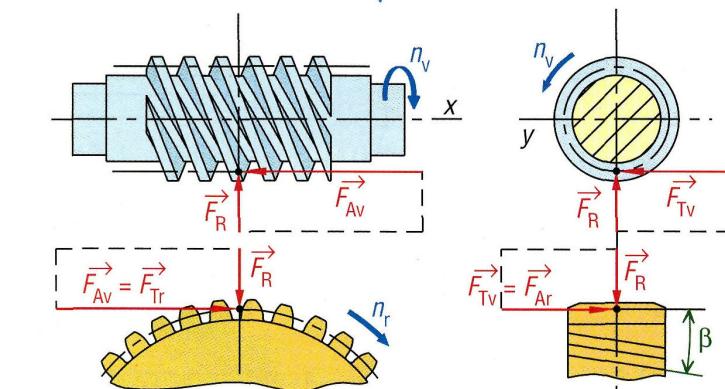
Organigramme de calcul.

F_{Av} : effort axial sur la vis	F_{Ar} : effort axial sur la roue
F_{Tv} : effort tangentiel sur la vis	F_{Tr} : effort tangentiel sur la roue
F_R : effort radial (roue et vis)	F : effort total sur la dent (roue et vis)

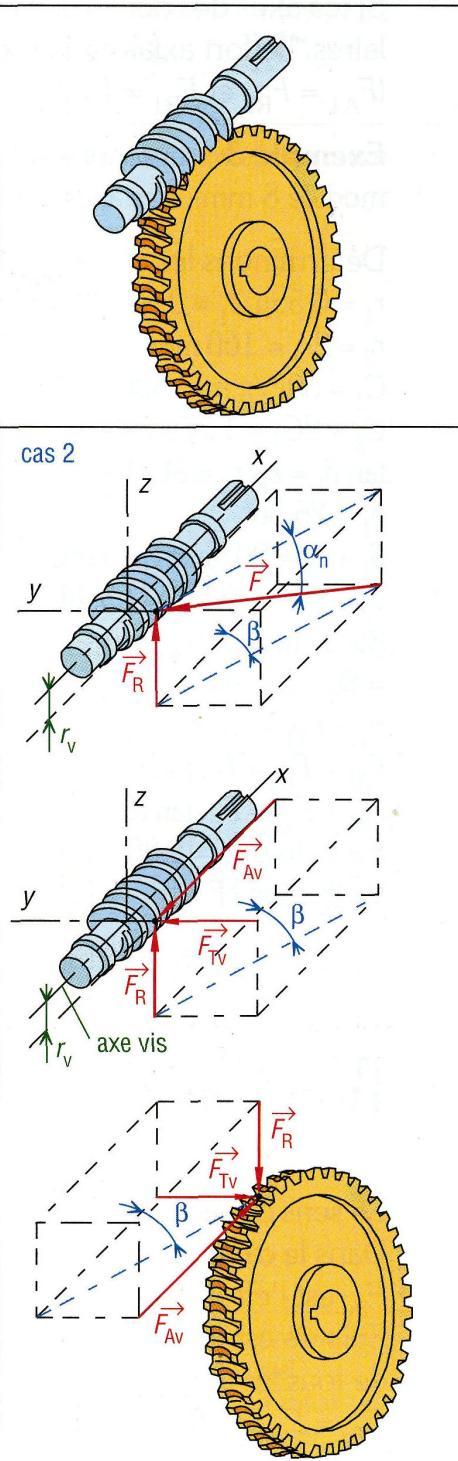
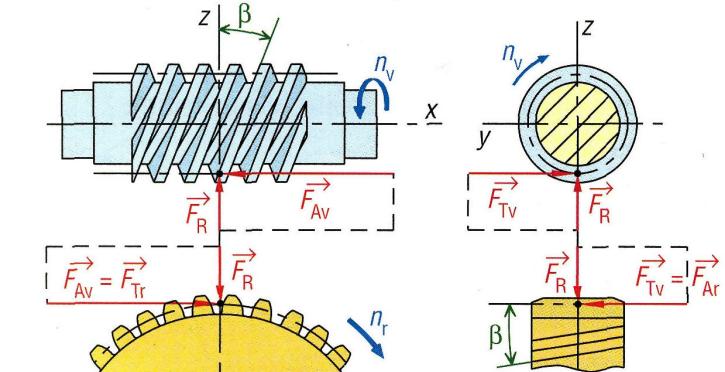
cas 1 : vis menante, filet à droite, $n_v > 0$



cas 2 : vis menante, filet à droite, $n_v < 0$



cas 3 : vis menante, filet à gauche, $n_v > 0$

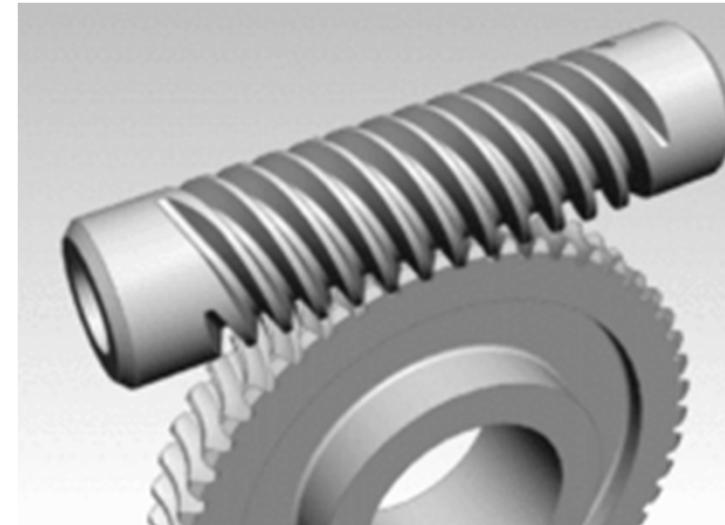


- La vis peut toujours entraîner la roue.
- Mouvement irréversible:

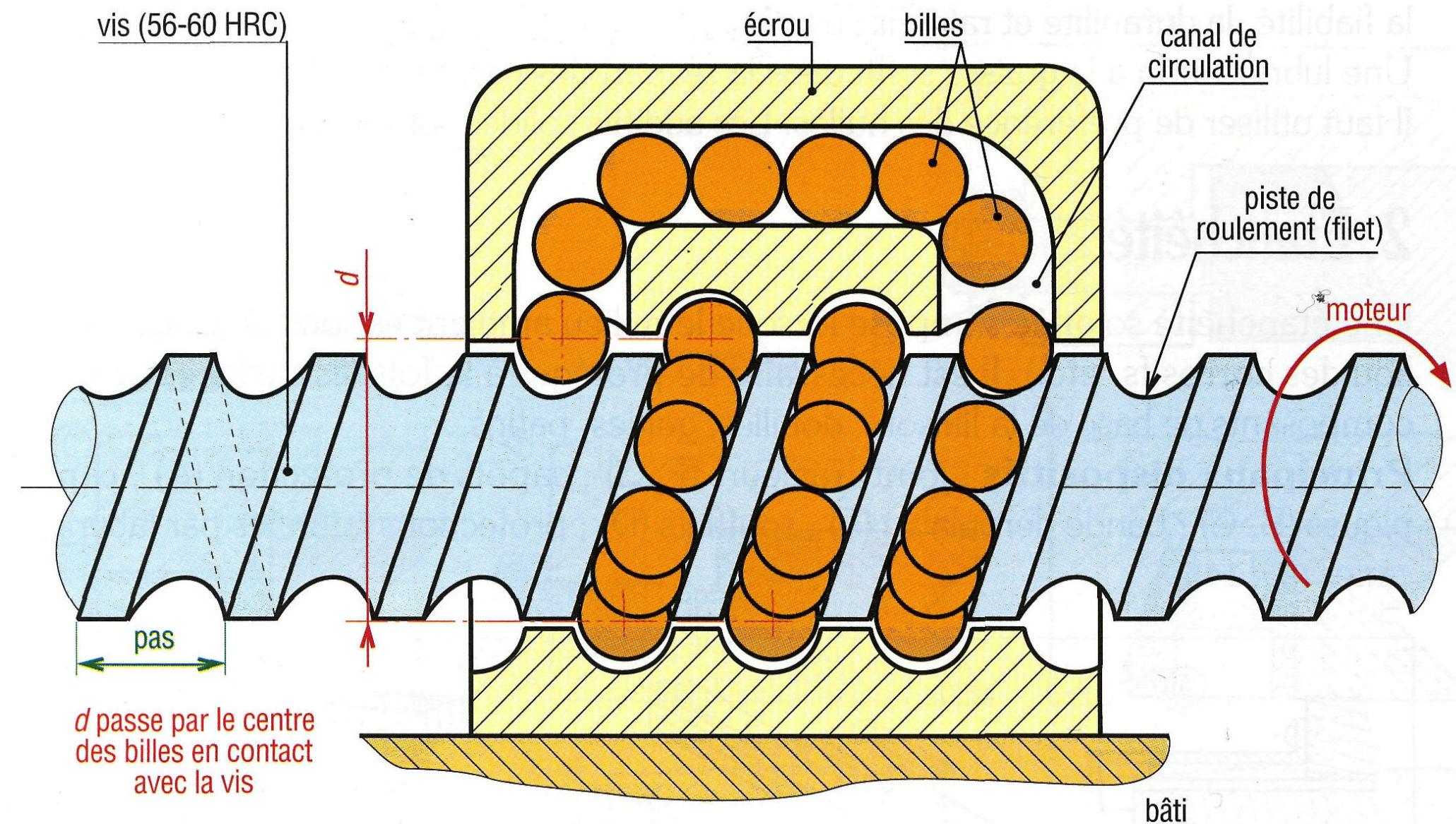
La roue ne peut pas entraîner la vis si $\beta_R < 6 \text{ à } 10^\circ$ = mécanisme irréversible.

Il y a blocage si on ne tourne pas la vis.

Propriété intéressante pour mécanismes avec non-retour.



Vis à billes (rendement 98%):

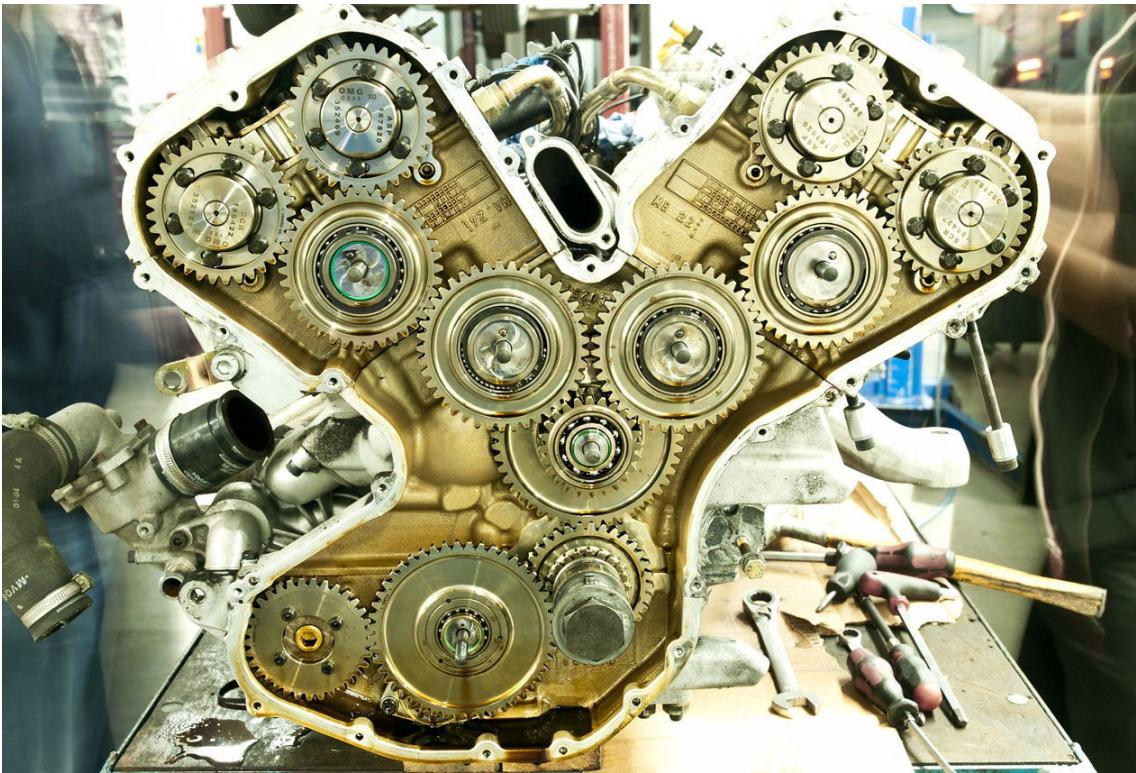


Fabrication

<https://www.youtube.com/watch?v=XZgsV0AZJJ0>

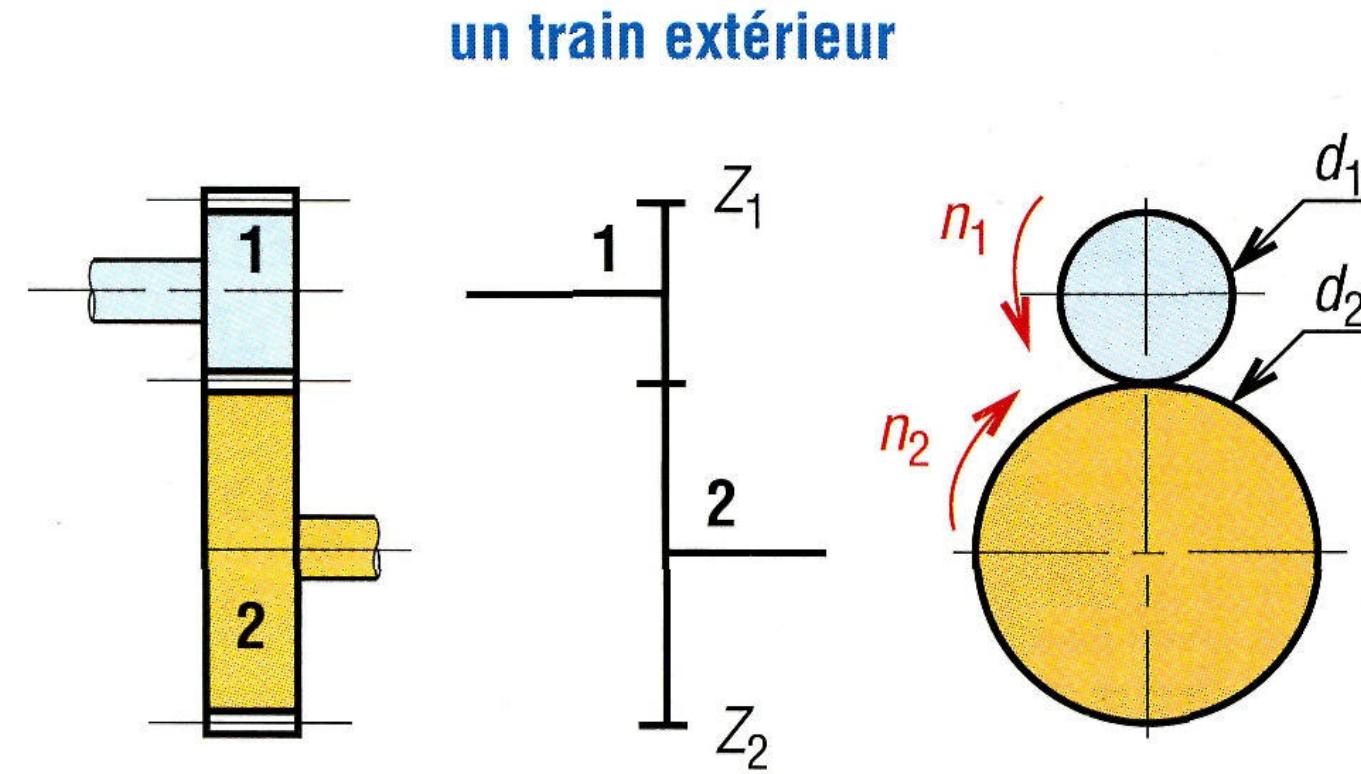
Train d'Engrenages:

- Engrenages cylindriques: les plus courants
- Dentures droites pour faible puissance, engrenages intérieurs, trains épicycloïdaux
- Dentures hélicoïdales pour grande puissance, silence
- Fonctionnement en réducteur: vitesse réduite, couple augmenté



Distribution V12 Ferrari F140

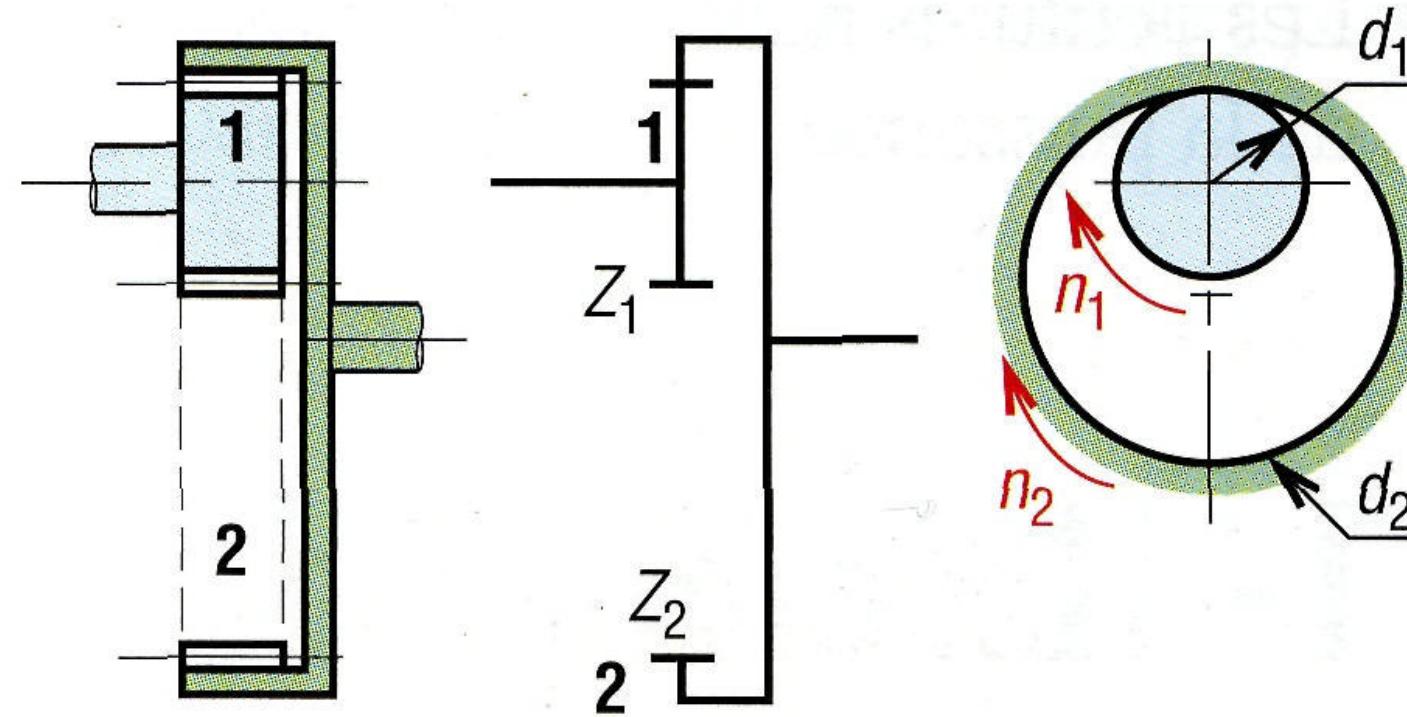
Train réducteur extérieur: inversion du sens de rotation entrée/sortie



$$R_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = -\frac{Z_1}{Z_2} = -\frac{d_1}{d_2}$$

Train réducteur intérieur: pas d'inversion du sens de rotation

un train intérieur

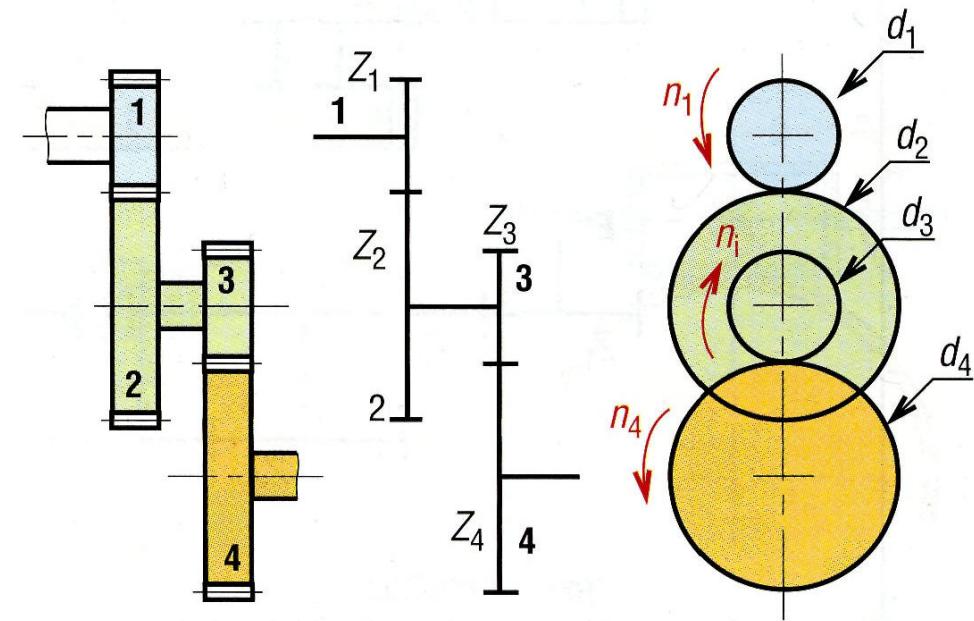


$$R_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

Trains à 2 engrenages:

$$R_{4/1} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = R_{4/3} \cdot R_{2/1} = \frac{\omega_4}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{Z_3}{Z_4} \cdot -\frac{Z_1}{Z_2}$$

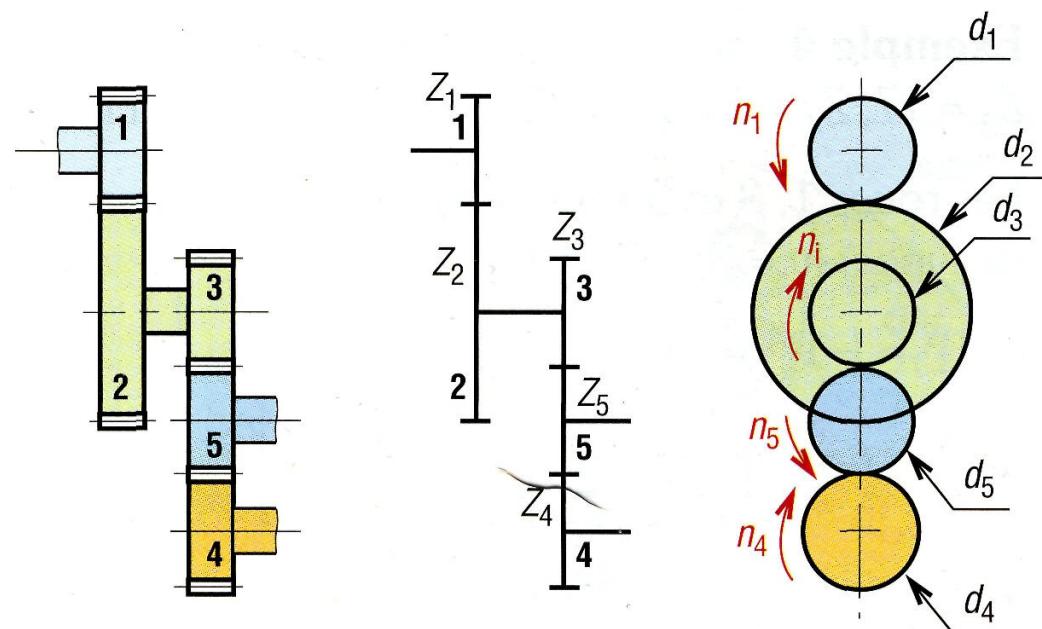
$$R_{4/1} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{Z_3 \cdot Z_1}{Z_4 \cdot Z_2} = \frac{d_3 \cdot d_1}{d_4 \cdot d_2}$$



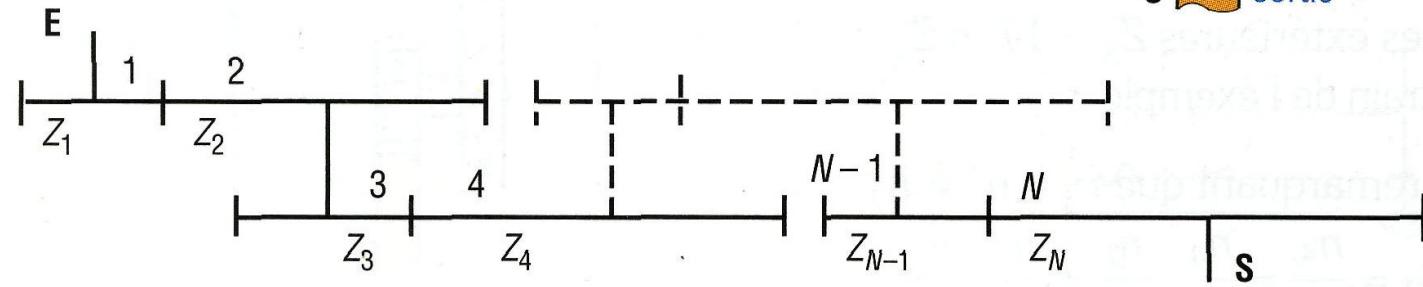
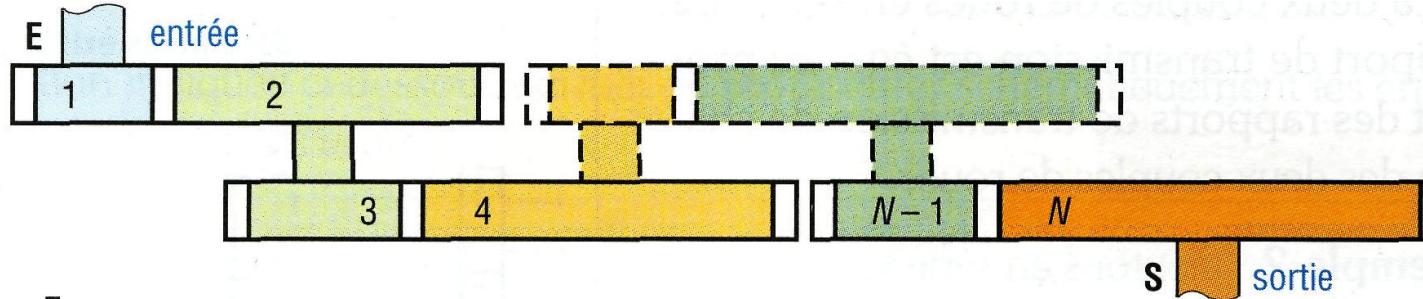
Trains à 2 engrenages et roue d'inversion:

$$R_{4/1} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{\omega_4}{\omega_5} \cdot \frac{\omega_5}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{Z_5}{Z_4} \cdot -\frac{Z_3}{Z_5} \cdot -\frac{Z_1}{Z_2}$$

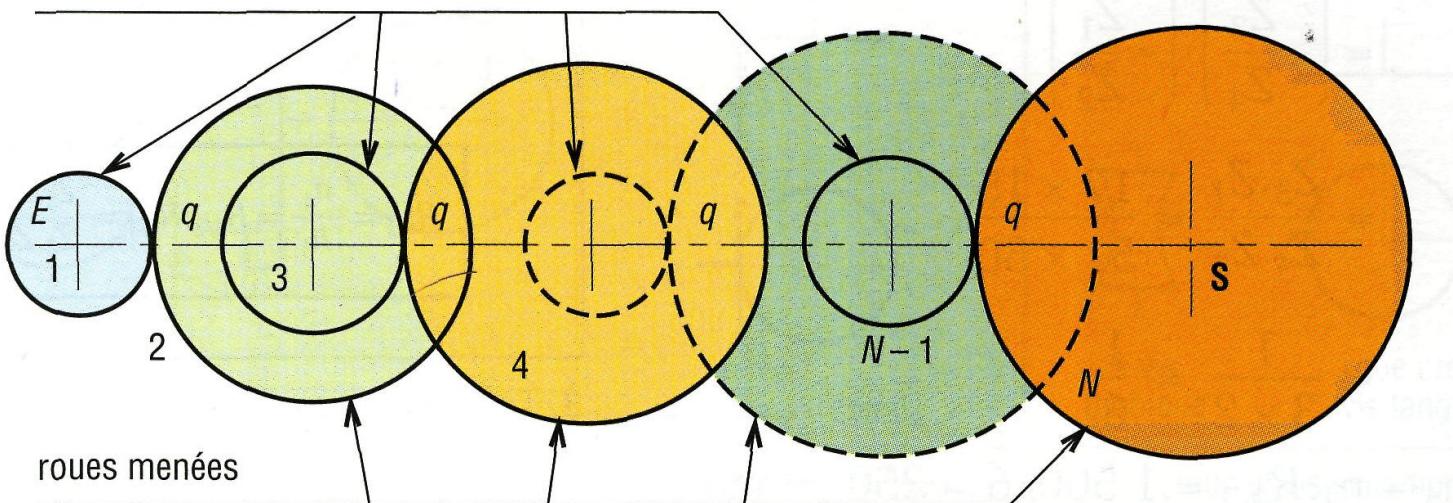
$$R_{4/1} = -R_{4/3} \cdot R_{2/1} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = -\frac{Z_3 \cdot Z_1}{Z_4 \cdot Z_2} = -\frac{d_3 \cdot d_1}{d_4 \cdot d_2}$$



Trains à N engrenages:



roues menantes

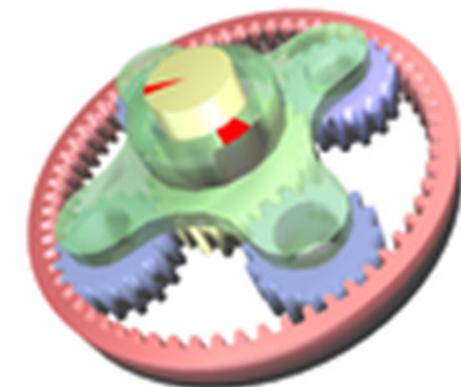
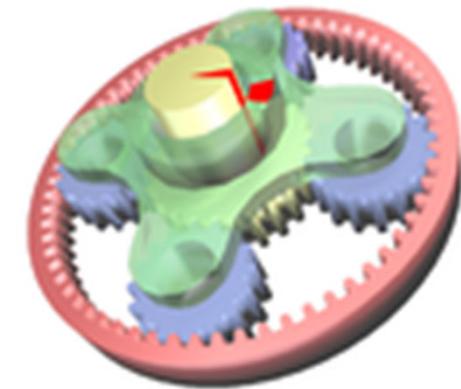
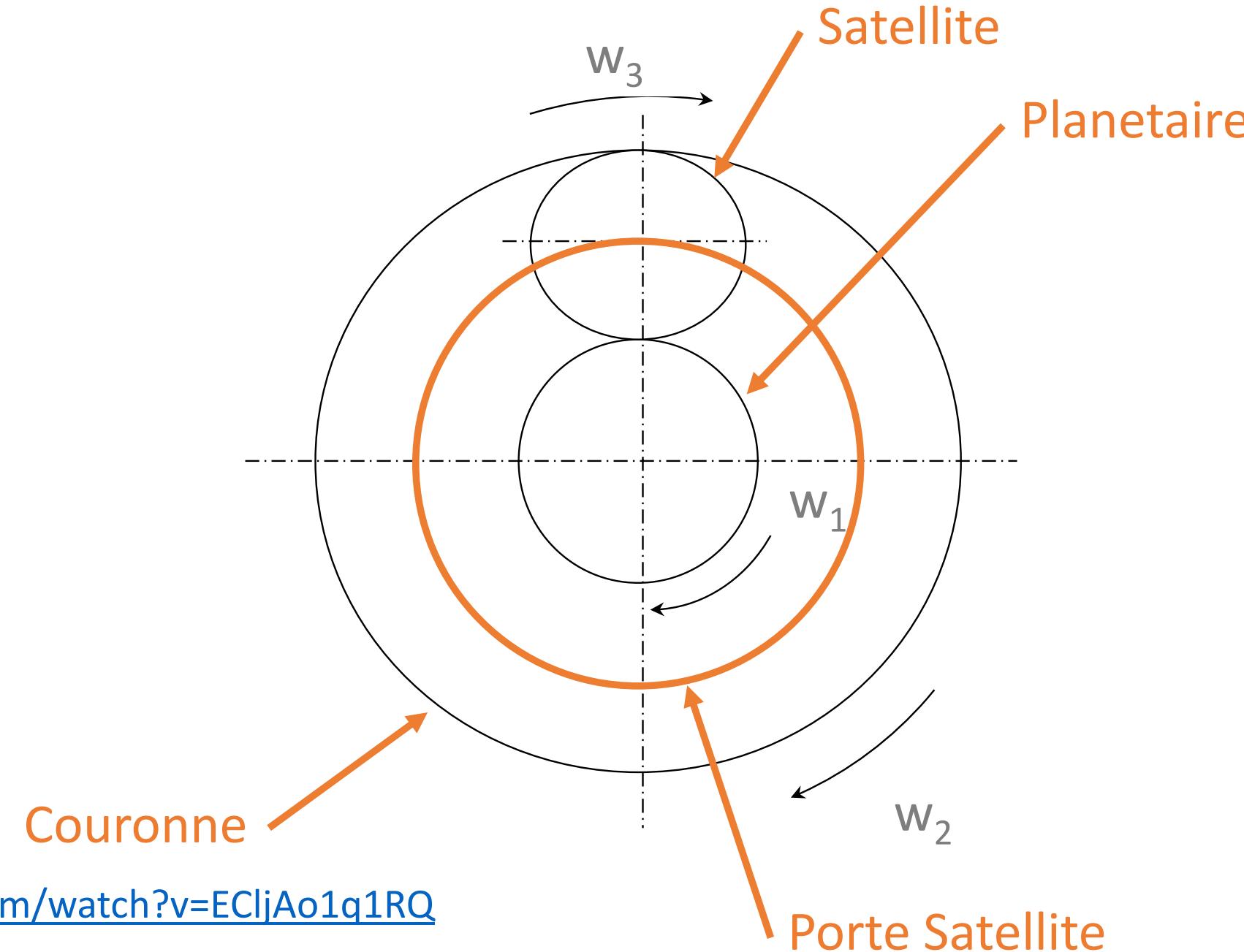
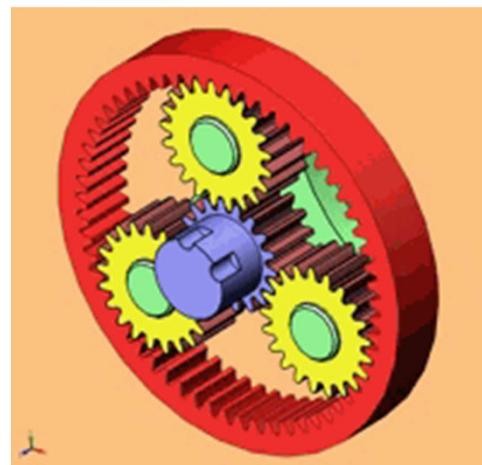


$$R_{S/E} = \frac{n_S}{n_E} = (-1)^y \frac{\text{produit nbre de dents des roues menantes}}{\text{produit nbre de dents des roues menées}}$$

avec $y = \text{nbre de contact extérieur (type } q\text{)}$

$$R_{S/E} = \frac{n_S}{n_E} = (-1)^y \frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdots Z_{N-1}}{Z_2 \cdot Z_4 \cdots Z_N} = R_{2/1} R_{4/3} \cdots R_{N/N-1}$$

Train épicycloïdal simple: grand rapport de réduction pour faible encombrement



Réducteur de Perceuse/Visseuse

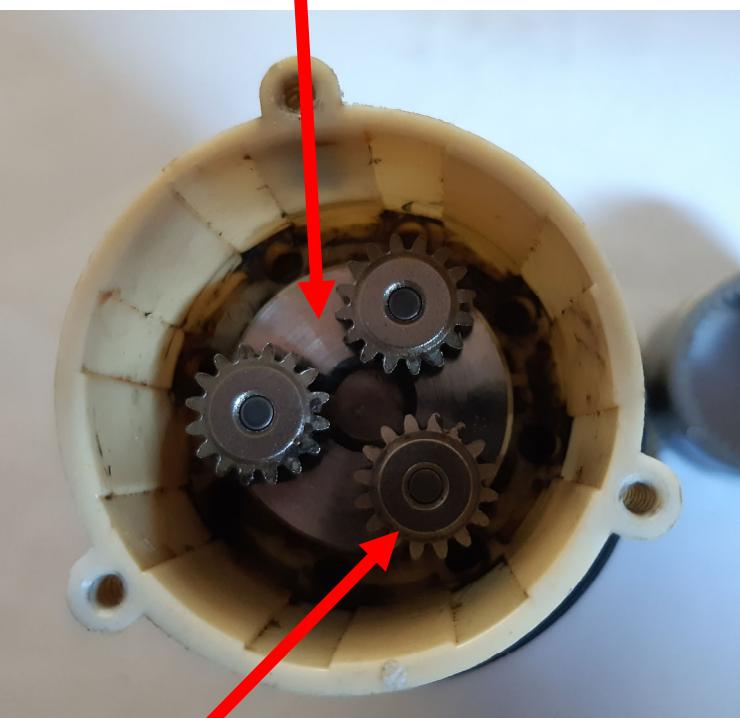
Réduit la vitesse du moteur

Augmente le couple de la perceuse

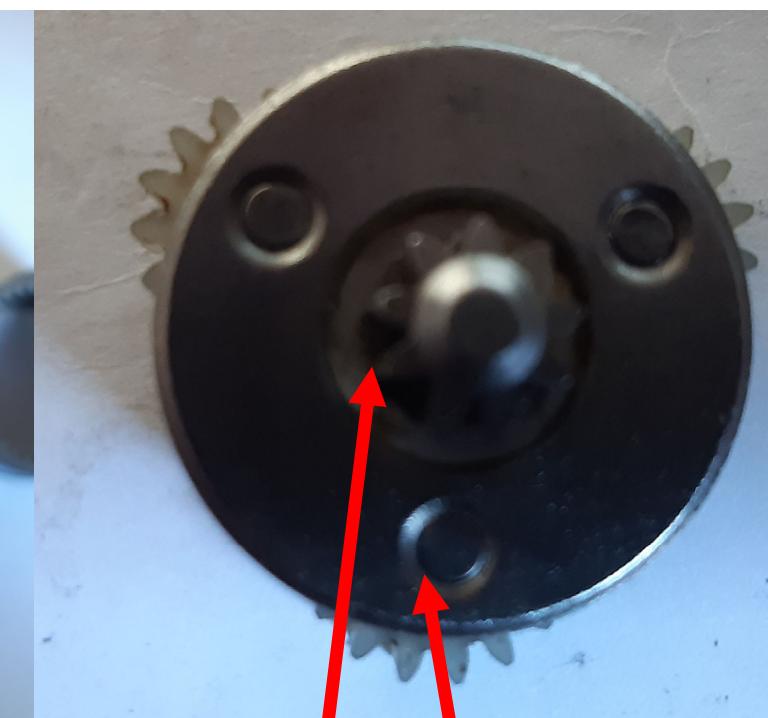


Porte Satellite

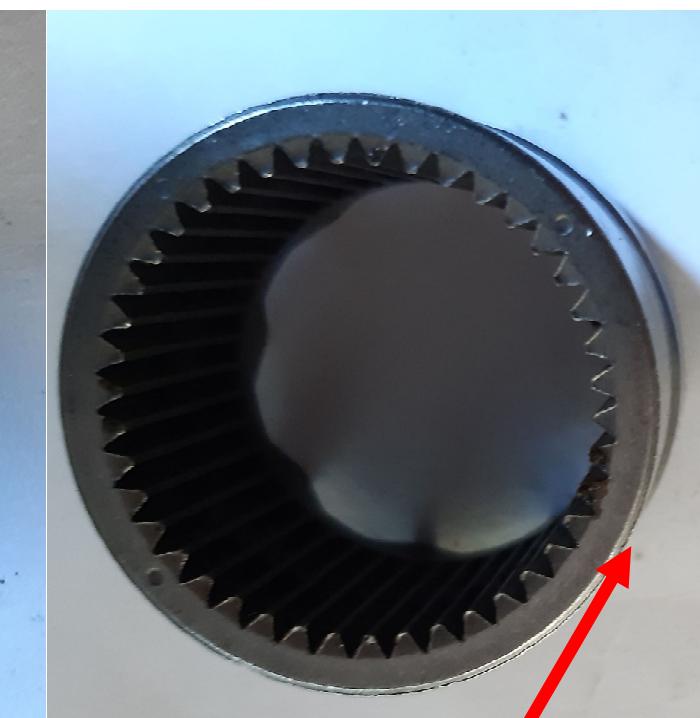
Visseuse



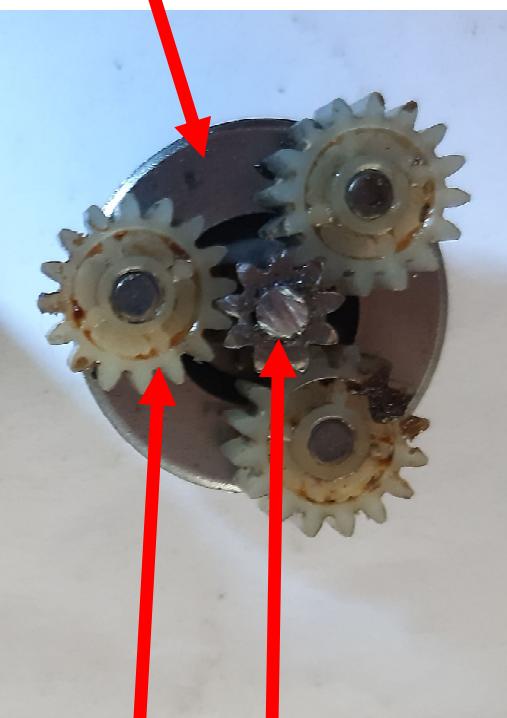
Satellite
Visseuse



Planétaire
Visseuse



Couronne



Satellite
Moteur

Porte Satellite
Moteur

Moteur

Train épicycloïdal simple: Calcul du rapport de réduction

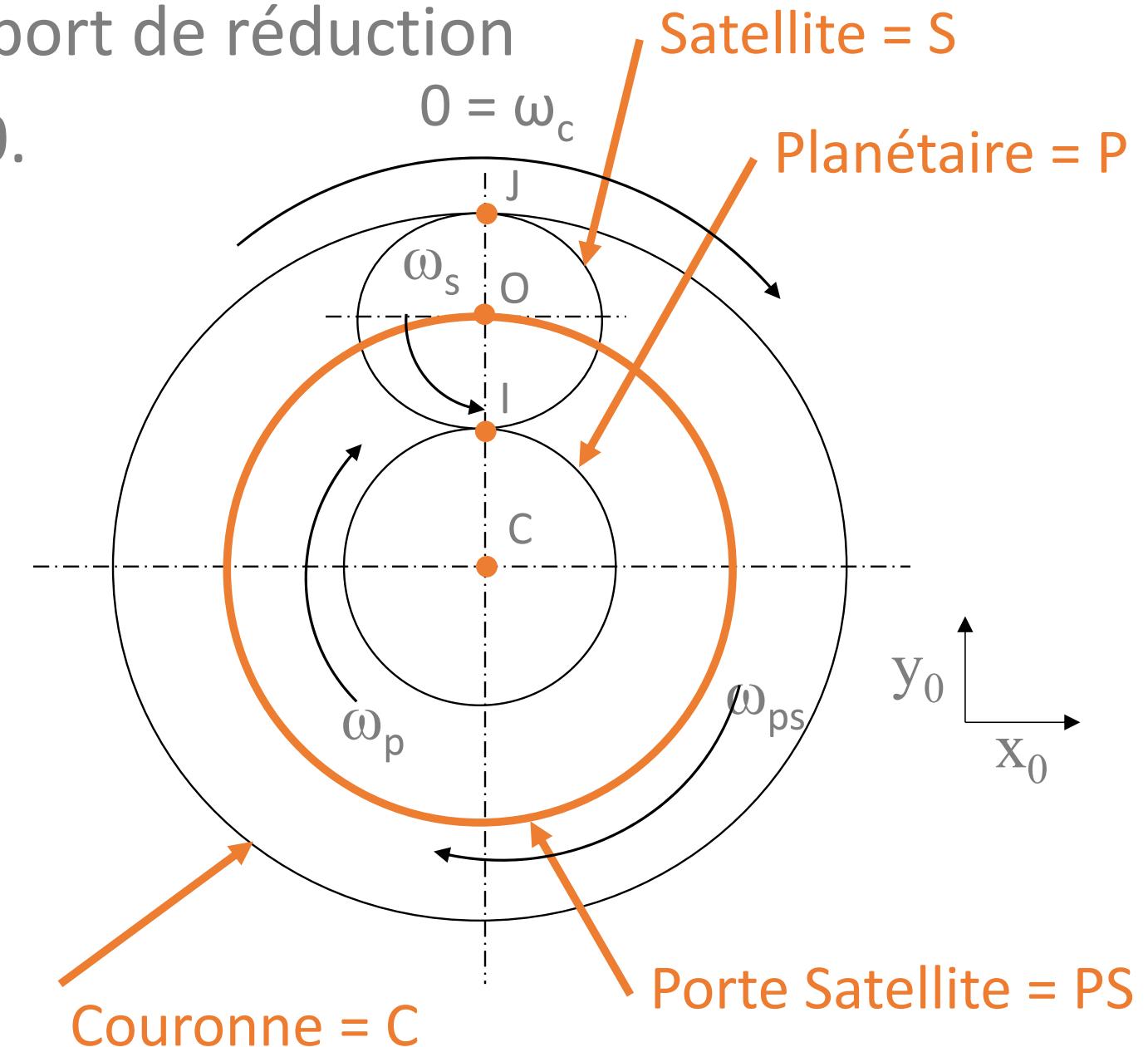
La couronne est bloquée. Couronne = 0.

Vitesses relatives du planétaire et du porte satellite ?

Roulement sans glissement en I et J:

$$\overrightarrow{V_S^C(J)} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{V_P^S(I)} = \vec{0}$$



Relation de Chasles:

$$\overrightarrow{V_S^C(J)} = \overrightarrow{V_S^0(J)} + \overrightarrow{V_0^C(J)} = \vec{0}$$

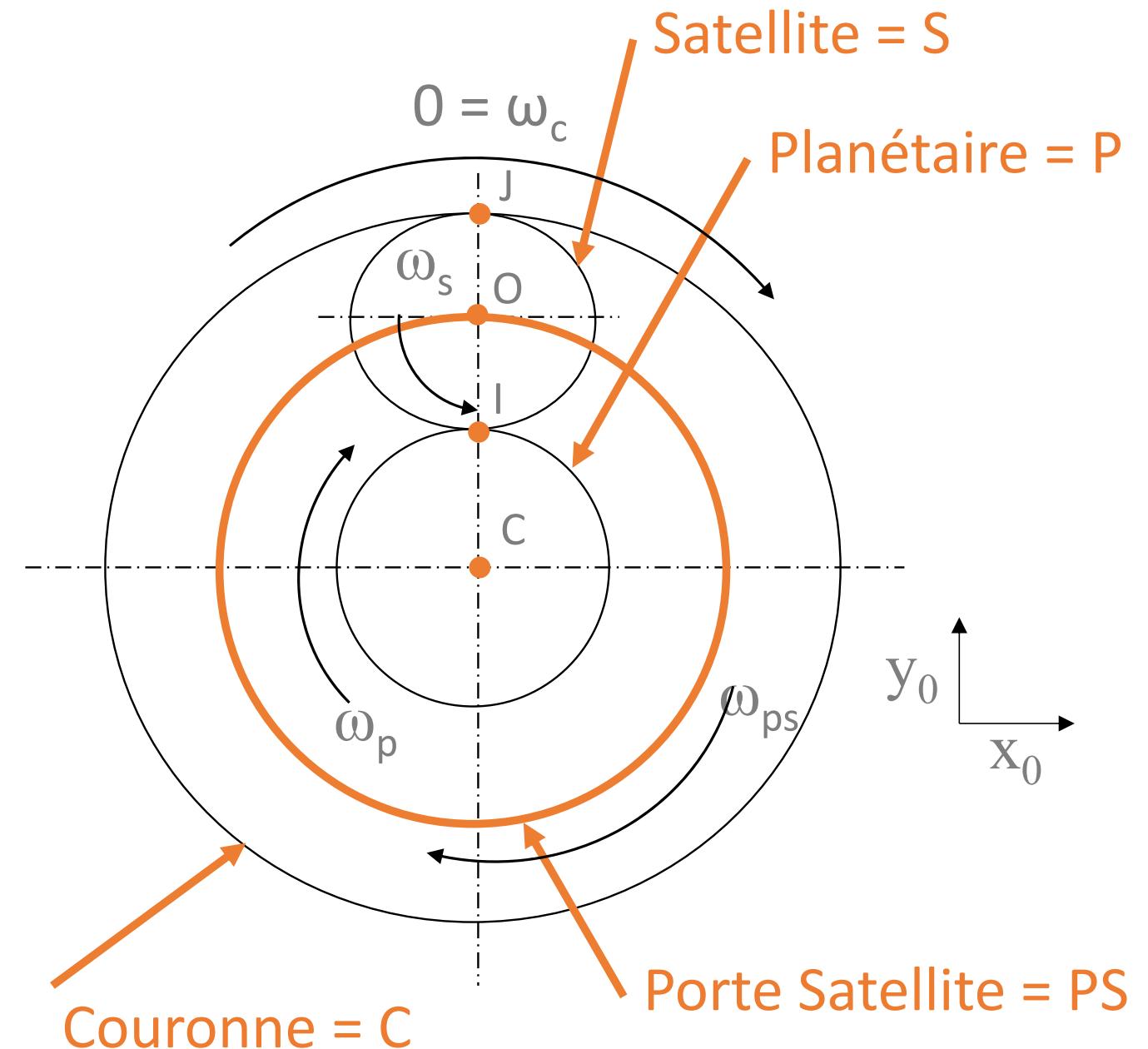
$$\overrightarrow{V_P^S(I)} = \overrightarrow{V_P^0(I)} + \overrightarrow{V_0^S(I)} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{V_0^P(I)} = \overrightarrow{V_0^P(C)} + \overrightarrow{IC} \Lambda \overrightarrow{\Omega_0^P} = R_P \cdot \omega_P \vec{x}_0$$

$$\overrightarrow{V_0^S(I)} = \overrightarrow{V_0^S(O)} + \overrightarrow{IO} \Lambda \overrightarrow{\Omega_0^S} = \overrightarrow{V_0^S(O)} + R_S \cdot \omega_S \vec{x}_0$$

$$\overrightarrow{V_0^S(J)} = \overrightarrow{V_0^S(O)} + \overrightarrow{JO} \Lambda \overrightarrow{\Omega_0^S} = \overrightarrow{V_0^S(O)} - R_S \cdot \omega_S \vec{x}_0$$

$$\overrightarrow{V_0^C(J)} = \vec{0} \text{ car } C = 0$$



Donc:

$$\overrightarrow{V_S^C(J)} = \overrightarrow{V_S^0(J)} = -\overrightarrow{V_0^S(O)} + R_S \cdot \omega_S \vec{x}_0 = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{V_0^S(O)} = R_S \cdot \omega_S \vec{x}_0$$

Et:

$$\overrightarrow{V_P^S(I)} = 2\overrightarrow{V_0^S(O)} - R_P \cdot \omega_P \vec{x}_0 = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{V_0^S(O)} = \frac{R_P \cdot \omega_P \vec{x}_0}{2}$$

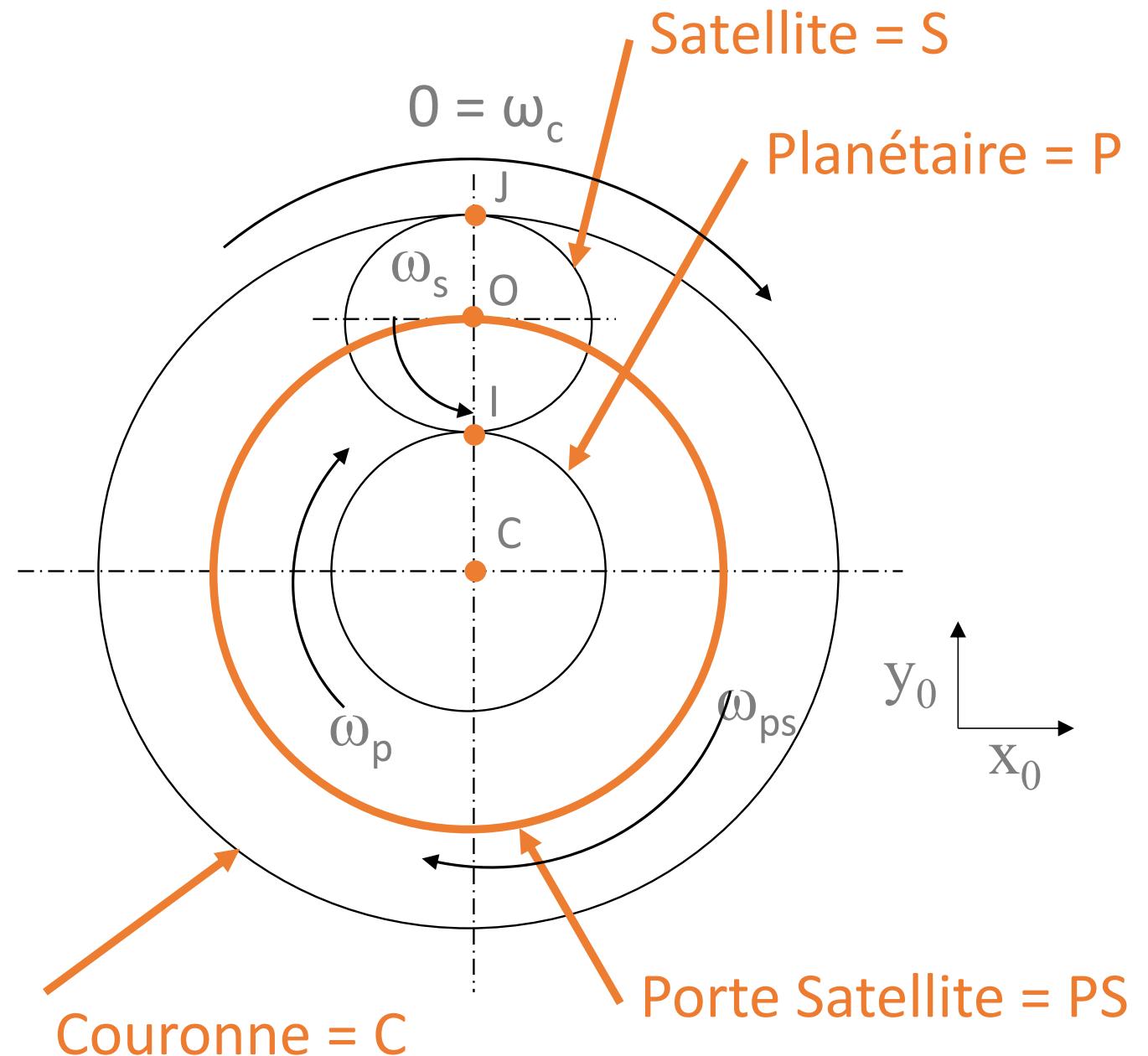
Aussi dans le porte satellite:

$$\overrightarrow{V_0^{PS}(O)} = \overrightarrow{V_0^S(O)} = \overrightarrow{V_0^{PS}(C)} + \overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{\Omega_0^{PS}} = R_{PS} \cdot \omega_{PS} \vec{x}_0$$

$$\overrightarrow{V_0^S(O)} = \frac{R_P \cdot \omega_P \vec{x}_0}{2} = R_{PS} \cdot \omega_{PS} \vec{x}_0$$

Avec: $R_{PS} = R_P + R_S = R_C - R_S$

$$R_{PS} = \frac{R_P + R_C}{2}$$



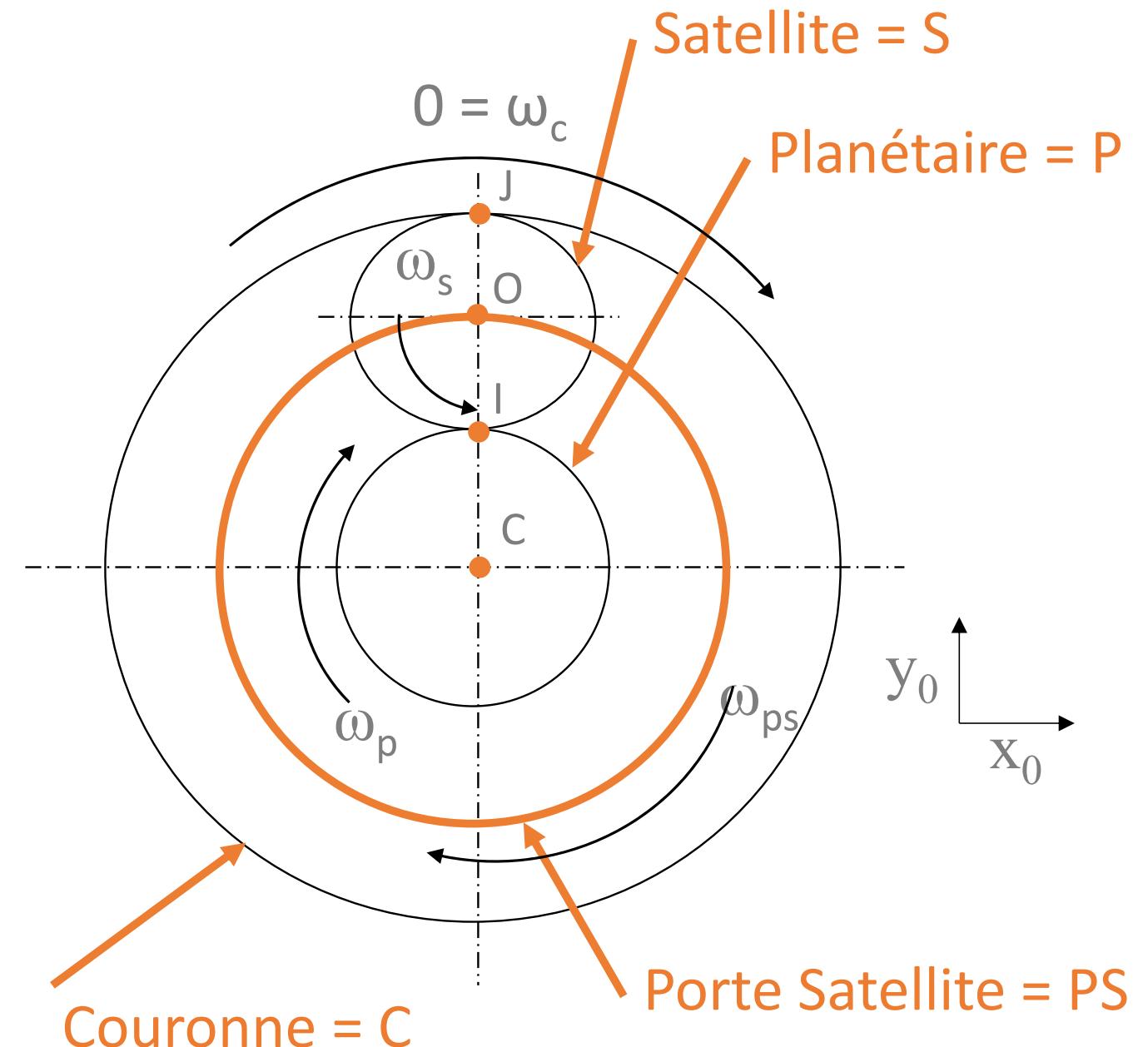
Donc:

$$\frac{R_P \cdot \omega_P}{2} = \frac{R_P + R_C}{2} \cdot \omega_{PS}$$

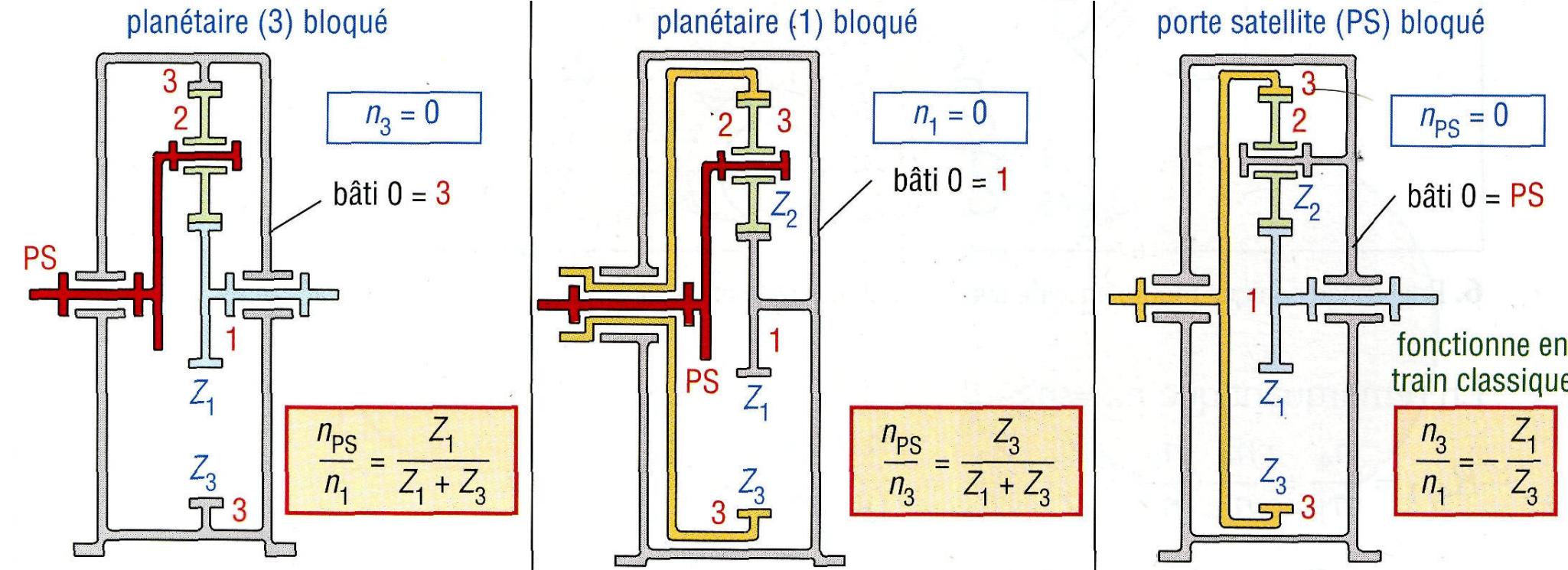
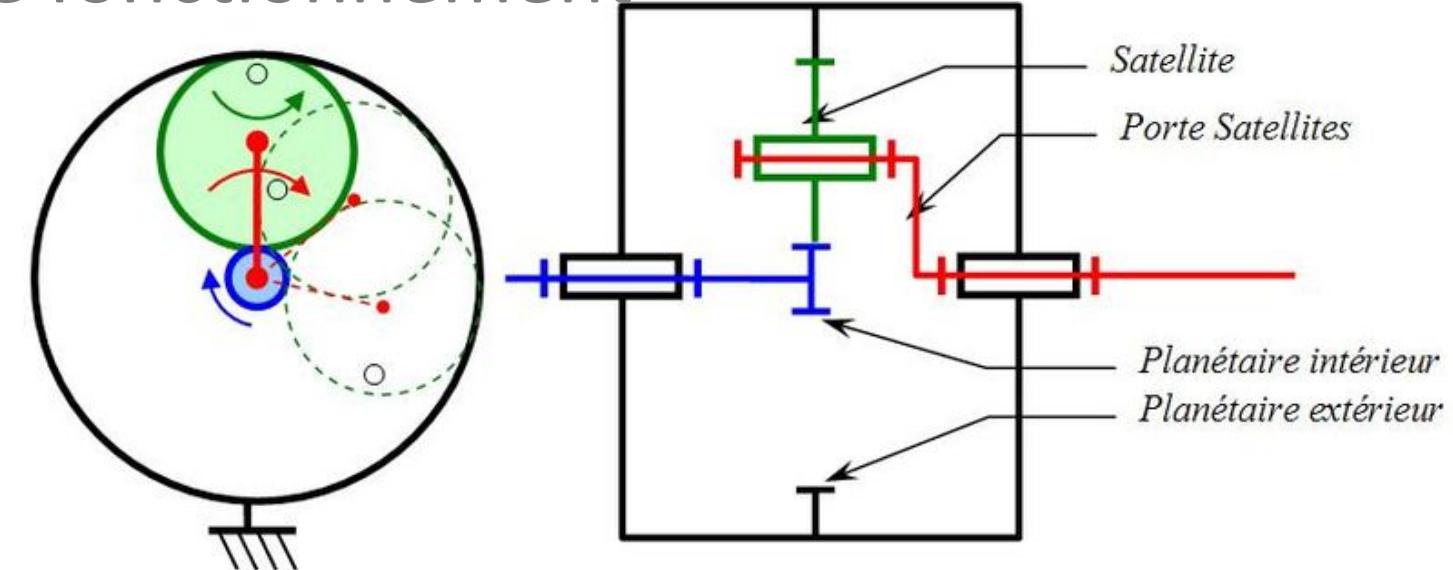
$$\frac{\omega_P}{\omega_{PS}} = \frac{R_P + R_C}{R_P} = \frac{mZ_P + mZ_C}{mZ_P}$$

$$\boxed{\frac{\omega_P}{\omega_{PS}} = 1 + \frac{R_C}{R_P} = 1 + \frac{Z_C}{Z_P}}$$

$$\boxed{\frac{\omega_{PS}}{\omega_P} = \frac{Z_P}{Z_P + Z_C}}$$



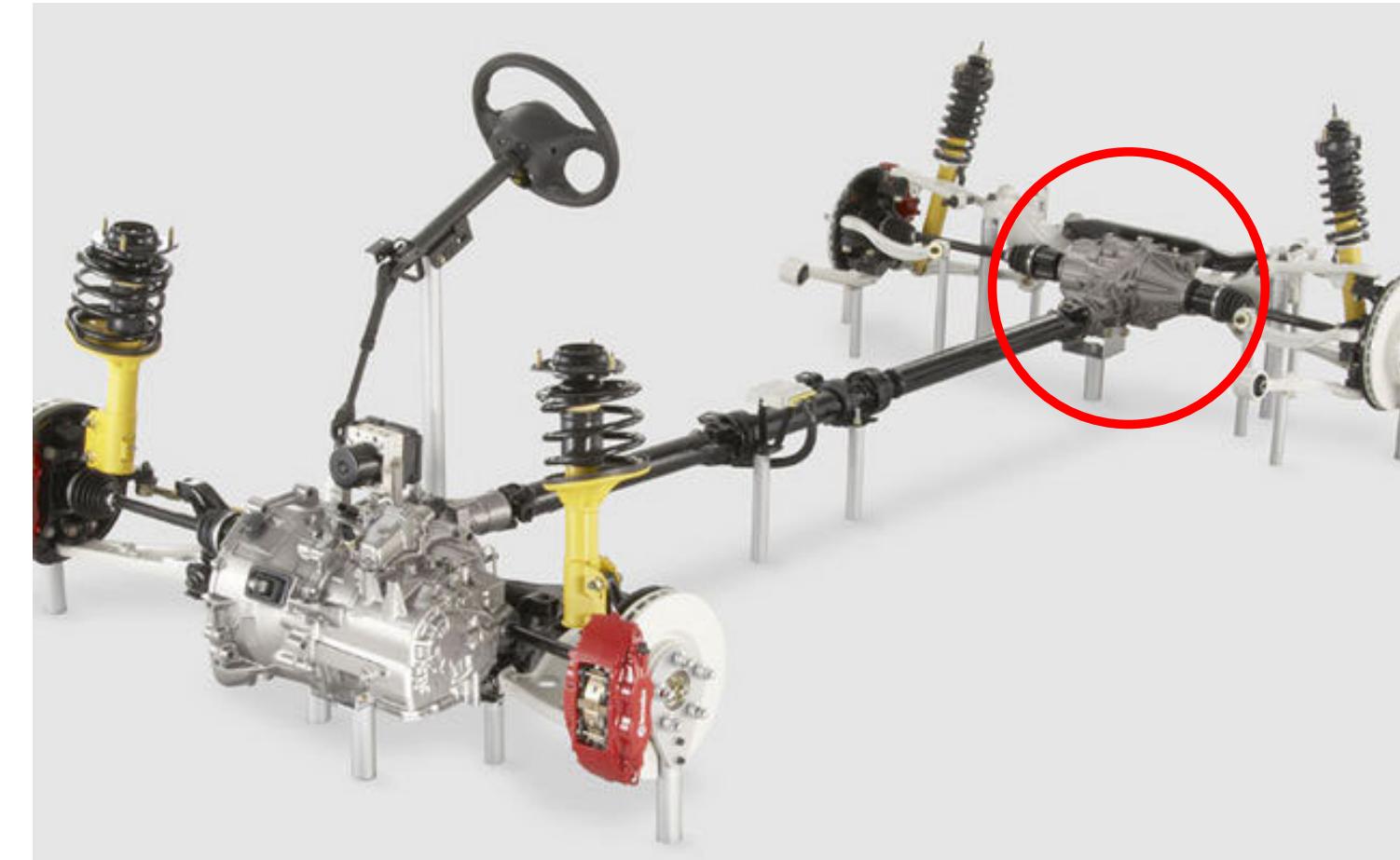
Train épicycloïdal simple: cas usuel de fonctionnement



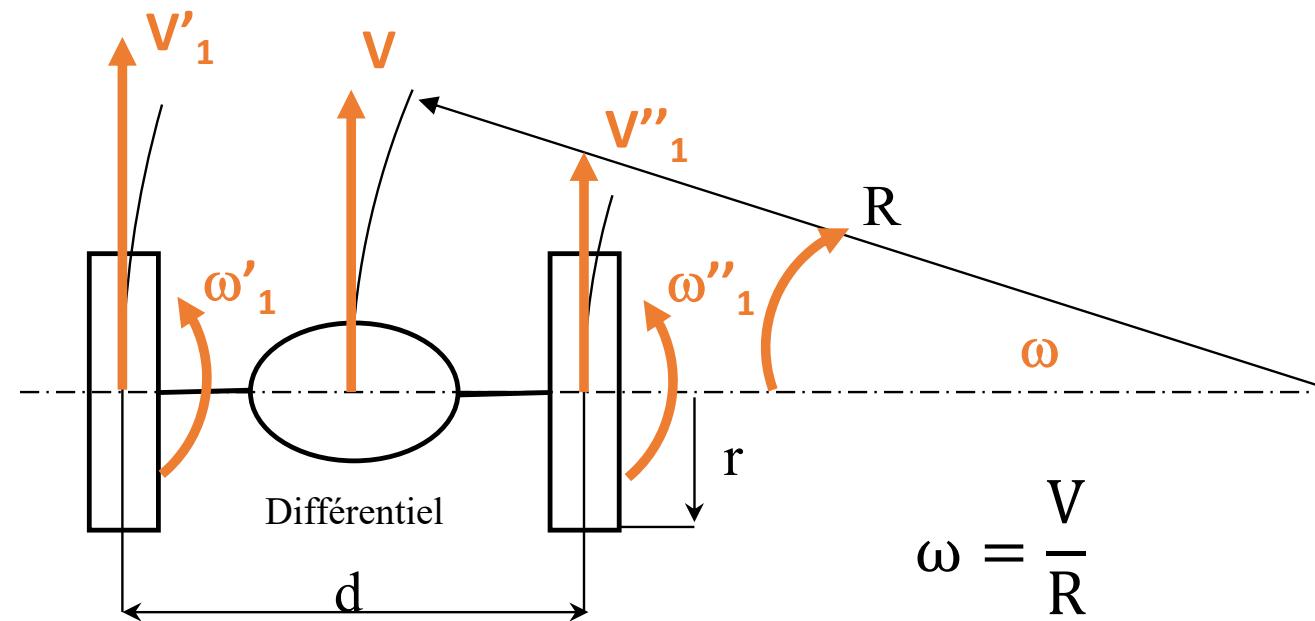
Train épicycloïdal – Animations:

<https://sciencesindustrielles.com/glossary/train-epicycloidal/>

Train épicycloïdal spatial: différentiel d'automobile



Train épicycloïdal spatial: différentiel d'automobile
Virage à droite



$$\omega = \frac{V}{R}$$

$$V = \omega \cdot R$$

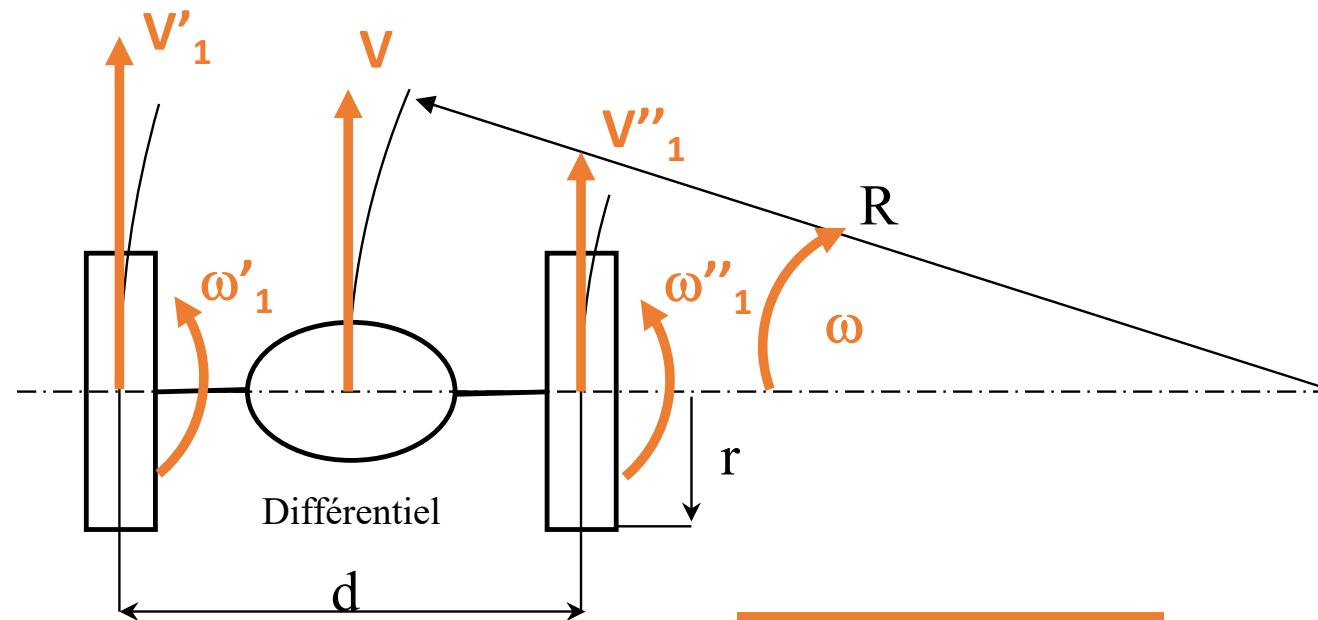
$$V'_1 = \omega \cdot \left(R + \frac{d}{2} \right) = \omega'_1 \cdot r$$

$$V''_1 = \omega \cdot \left(R - \frac{d}{2} \right) = \omega''_1 \cdot r$$

$$\omega'_1 = \frac{1}{r} \left(R + \frac{d}{2} \right) \frac{V}{R}$$

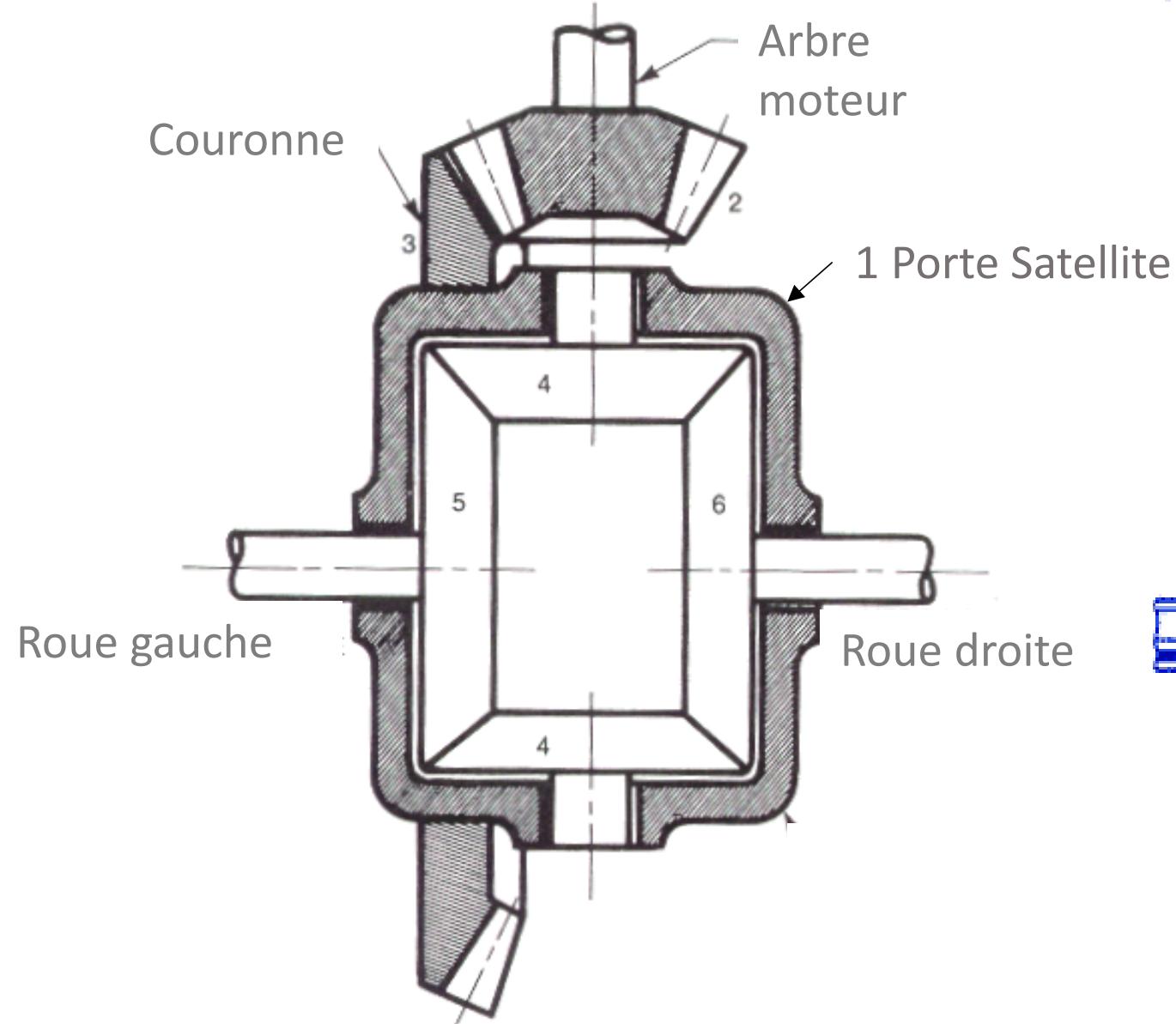
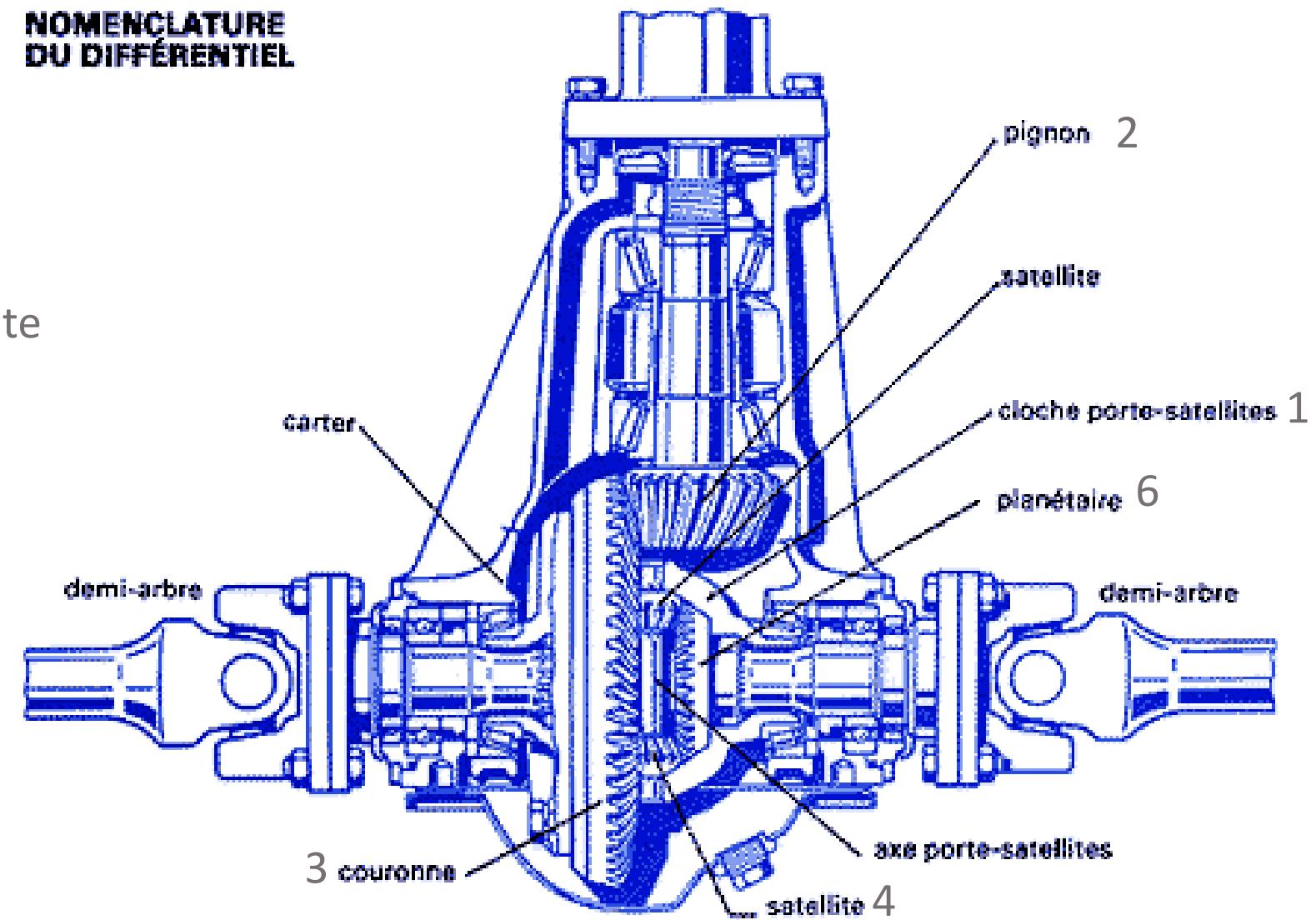
$$\omega''_1 = \frac{1}{r} \left(R - \frac{d}{2} \right) \frac{V}{R}$$

Train épicycloïdal spatial: différentiel d'automobile
Virage à droite



$$\frac{\omega'_1}{\omega''_1} = \frac{R + \frac{d}{2}}{R - \frac{d}{2}}$$

Train épicycloïdal spatial: différentiel d'automobile

NOMENCLATURE
DU DIFFÉRENTIEL

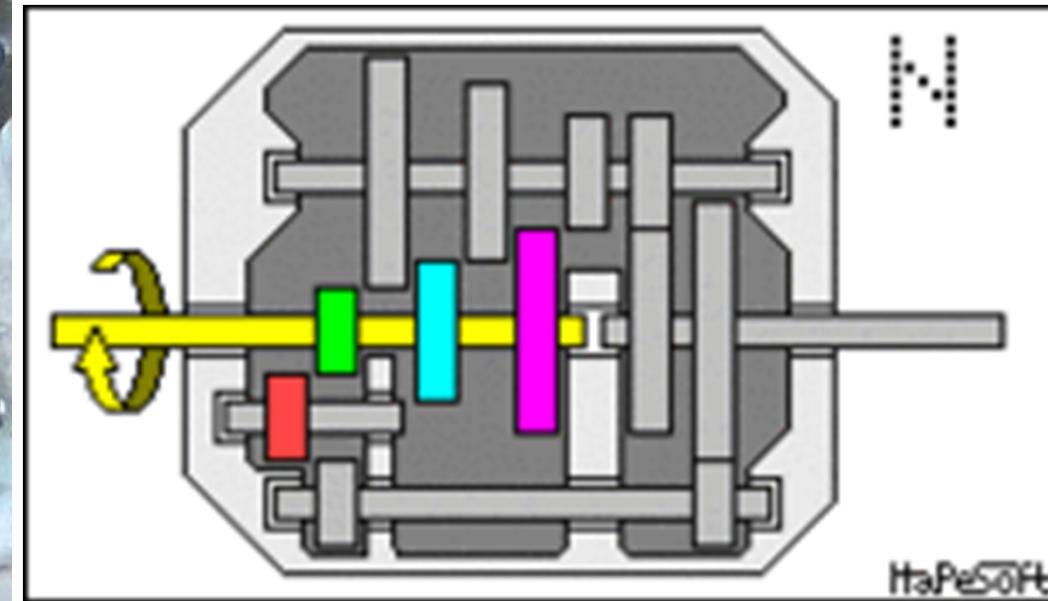
Différentiel

<https://www.youtube.com/watch?v=SOgoejxzF8c>

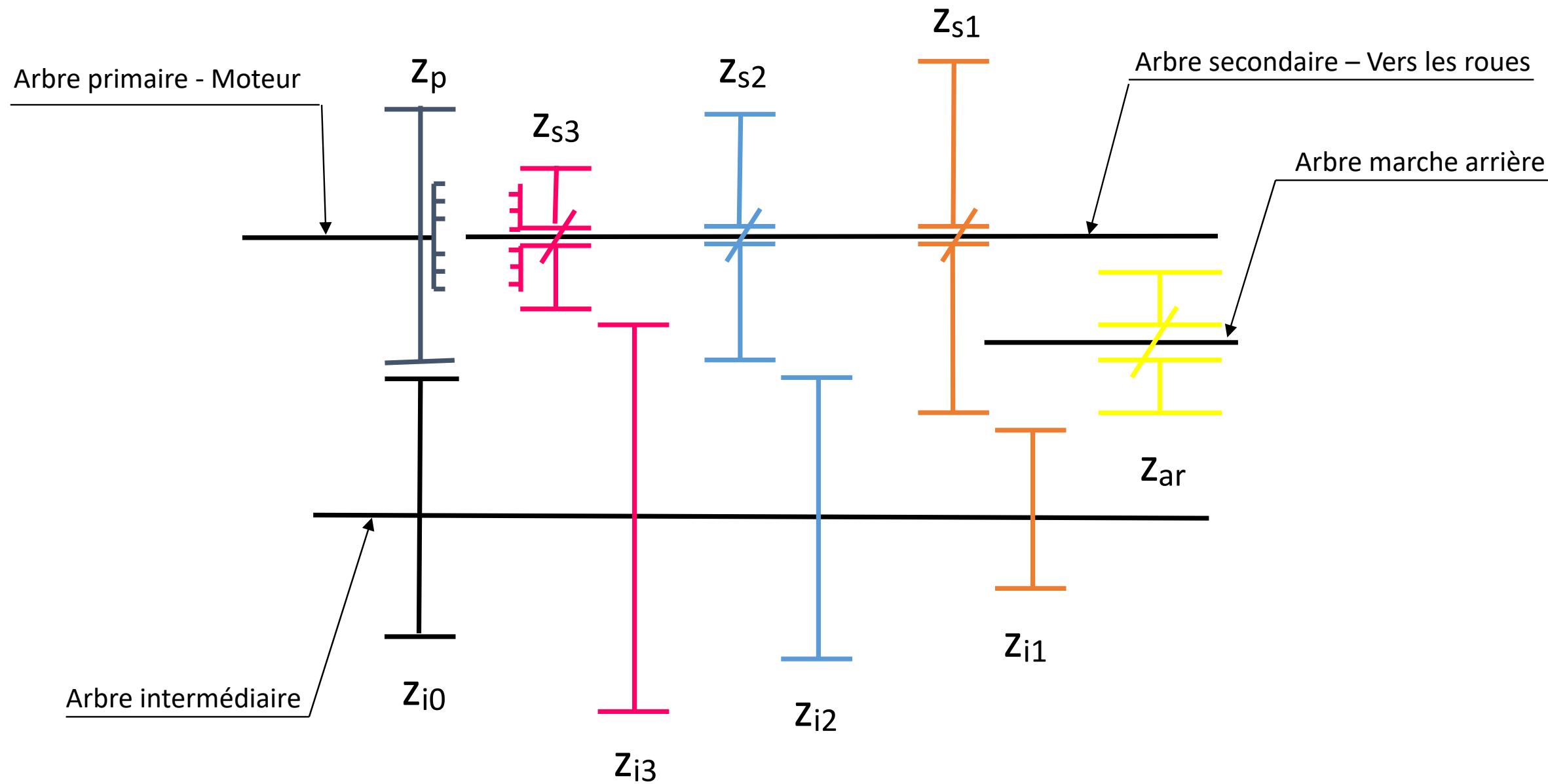
Limited Slip Differential

<http://www.youtube.com/watch?v=WeLm7wHvdxQ>

Boite de vitesses

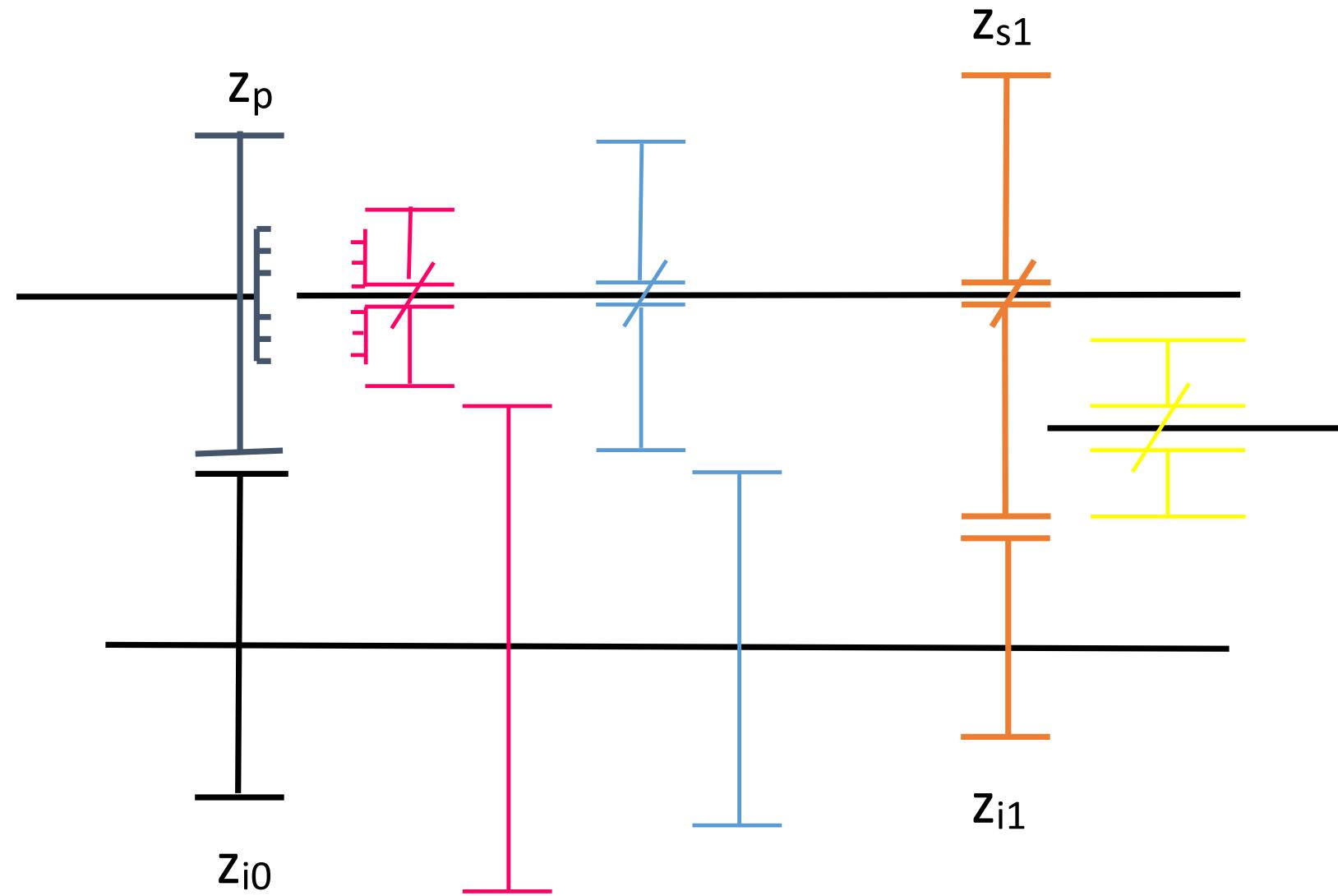


Boite de vitesses



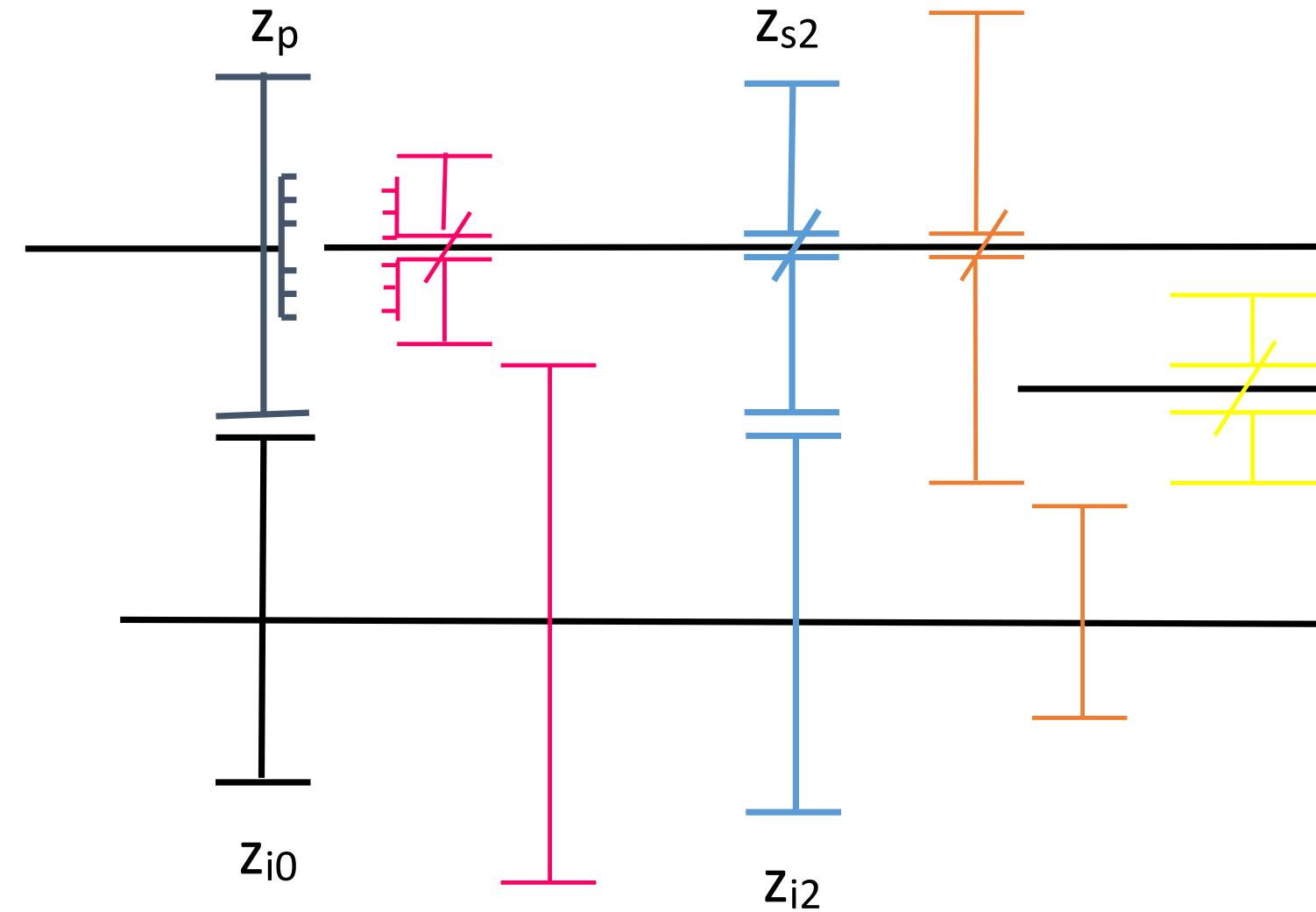
Boite de vitesses: 1ere

$$i = \frac{\omega_p}{\omega_s} = \frac{z_{i0} z_{s1}}{z_p z_{i1}}$$



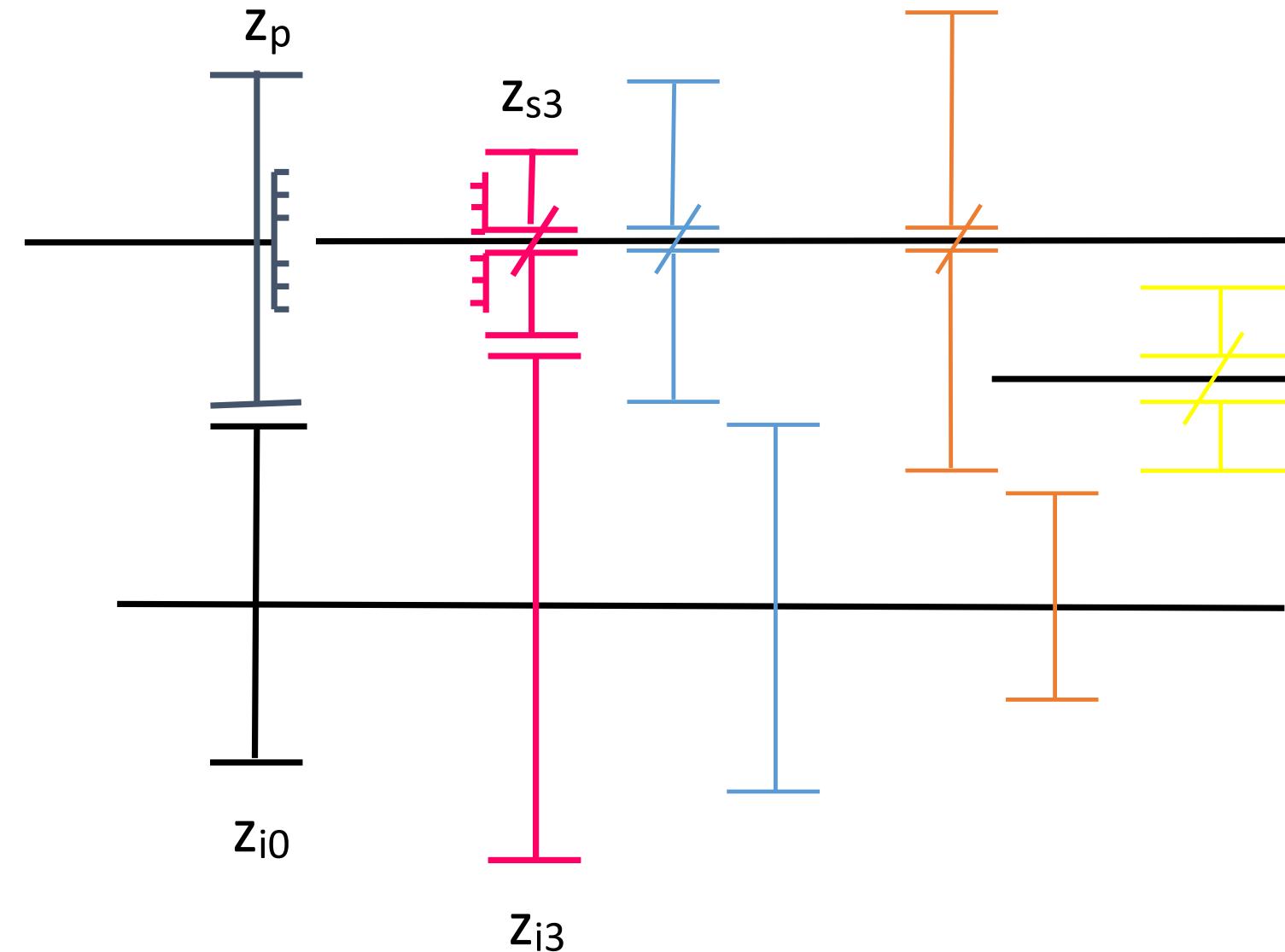
Boite de vitesses: 2eme

$$i = \frac{\omega_p}{\omega_s} = \frac{z_{i0} z_{s2}}{z_p z_{i2}}$$



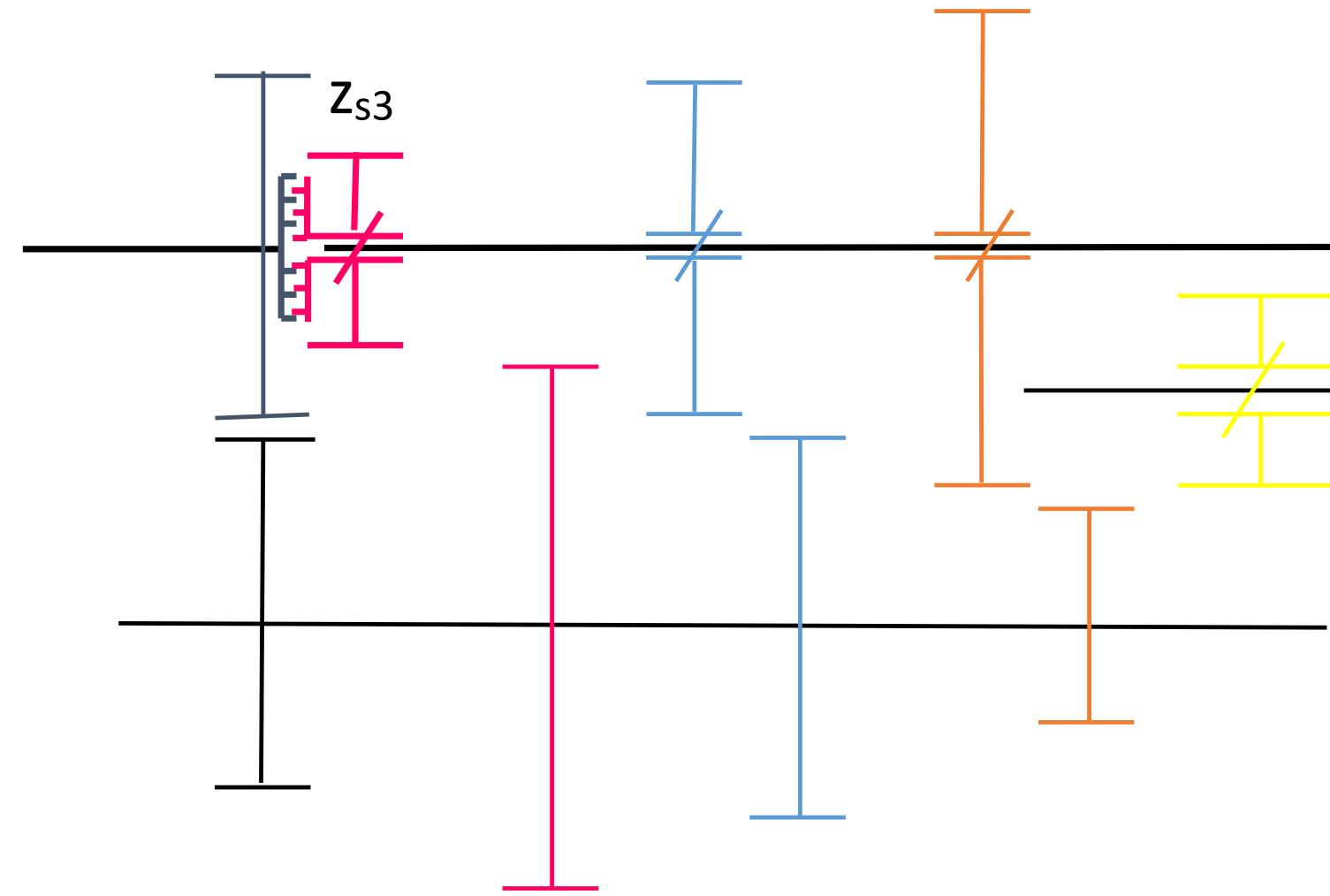
Boite de vitesses: 3eme

$$i = \frac{\omega_p}{\omega_s} = \frac{z_{i0} z_{s3}}{z_p z_{i3}}$$



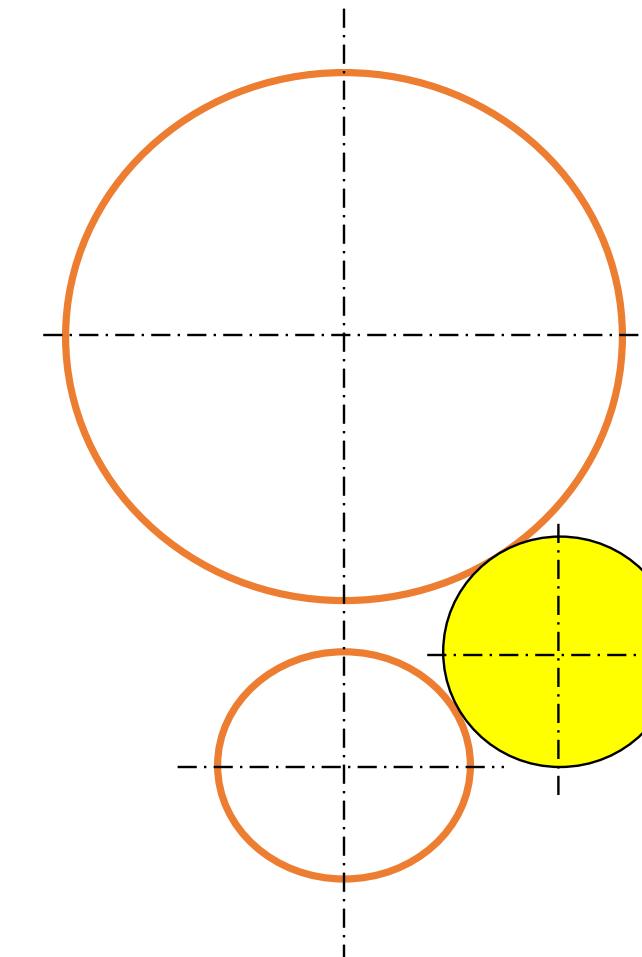
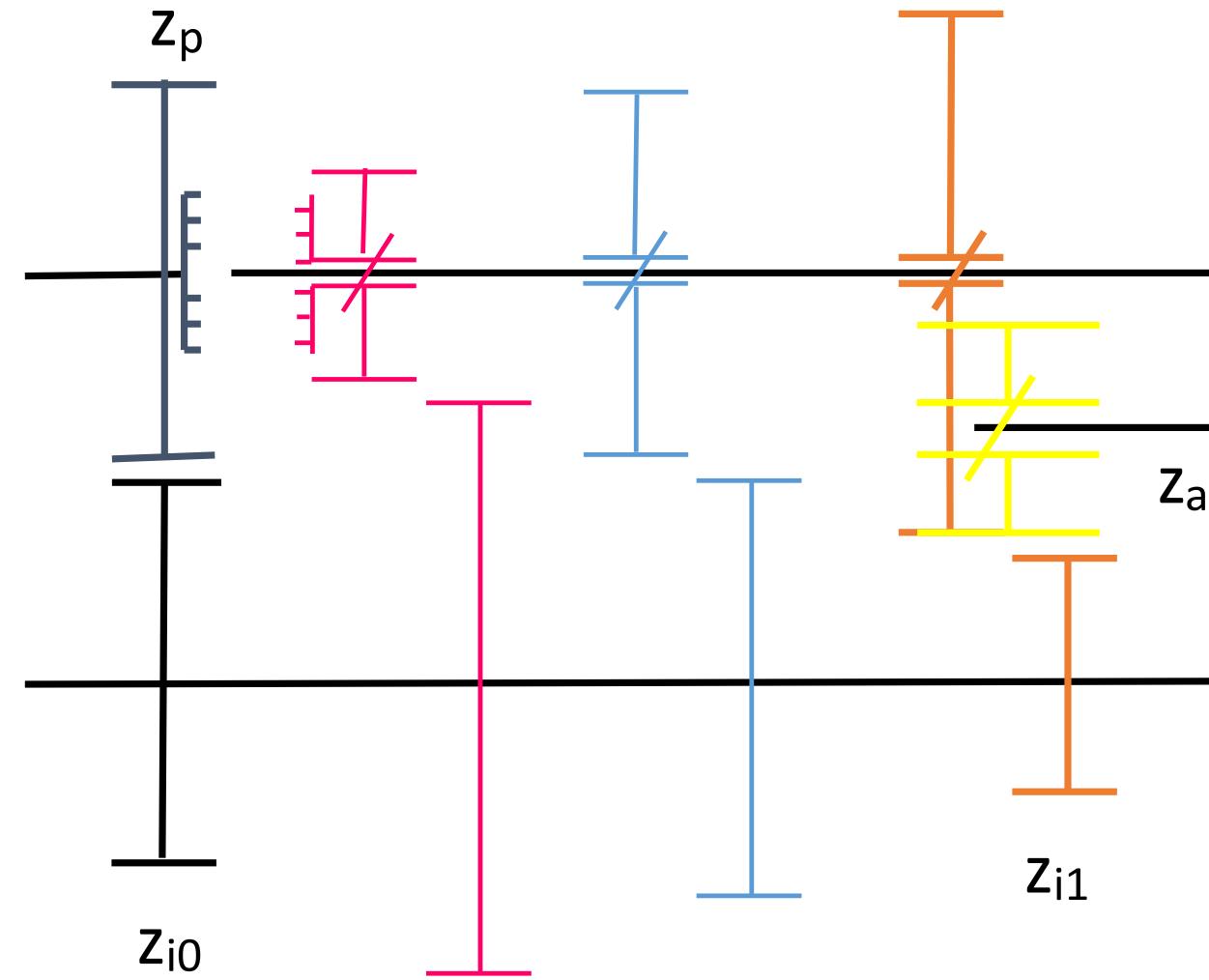
Boite de vitesses: 4eme

$i = 1$



Boite de vitesses: marche arrière

$$i = \frac{\omega_p}{\omega_s} = -\frac{z_{i0} z_{s1}}{z_p z_{i1}}$$



Boite de vitesse – 4 vitesses

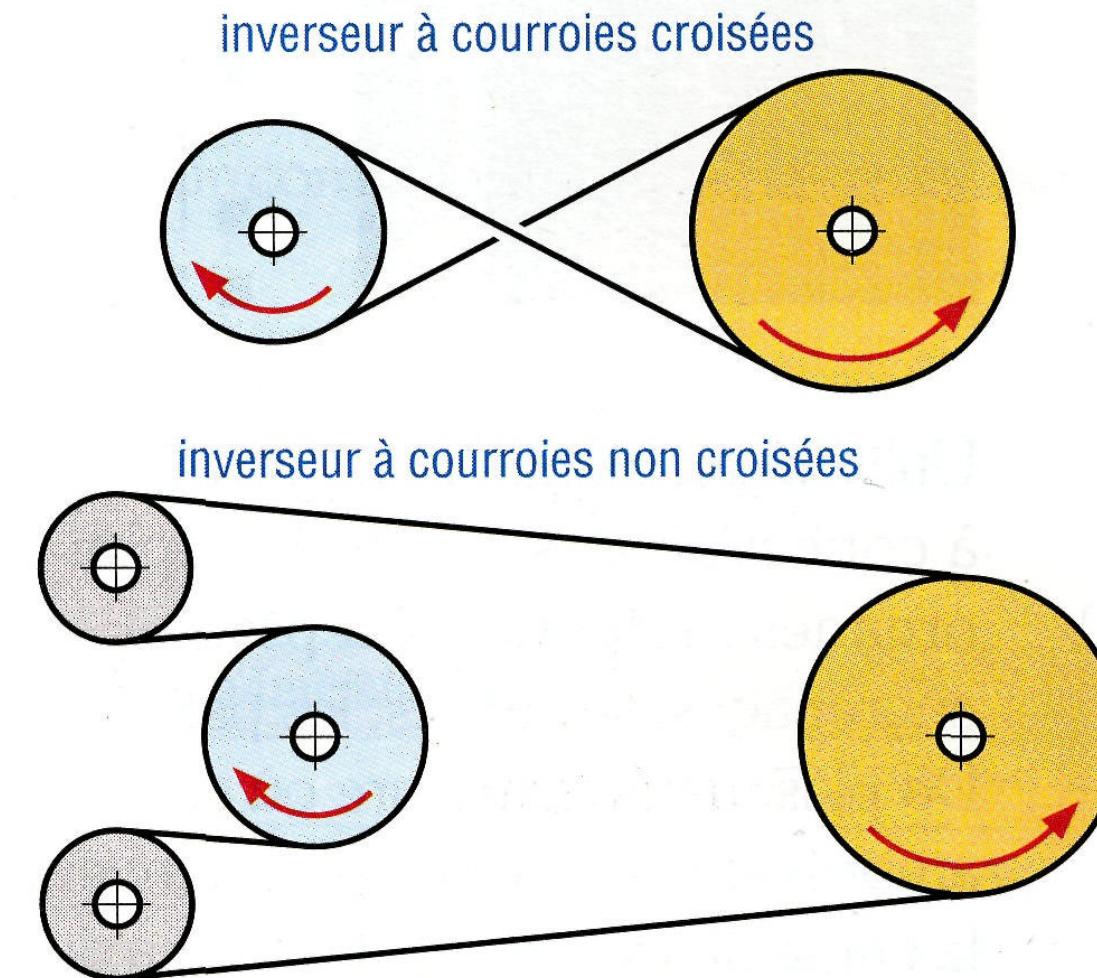
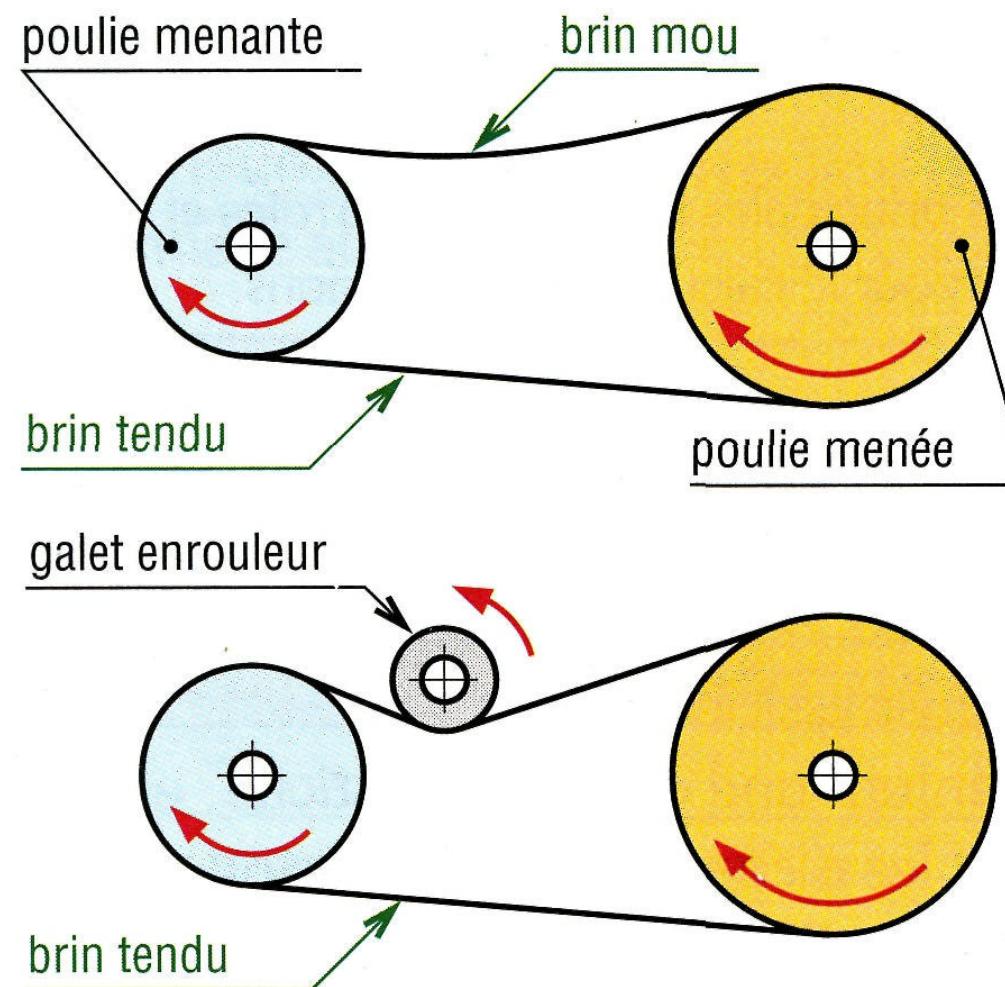
<http://www.youtube.com/watch?v=K53cPGRE1Kk>

Boite de vitesse automatique

<http://www.youtube.com/watch?v=Y1zbE21Pzl0>

- Matériaux souples
- Silencieuses
- Économiques
- Vitesses élevées
- Grands entraxes possibles entre poulies
- Élasticité: amortissement des vibrations, chocs
- Augmentation durée de vie des machines
- Fonctionnement par adhérence
- Léger glissement sauf pour courroies crantées: imprécision du rapport de transmission
- Tension initiale des courroies indispensable pour garantir l'adhérence et assurer la transmission du mouvement.
- Entraxe réglable ou mécanisme de tension pour pallier à l'allongement des courroies



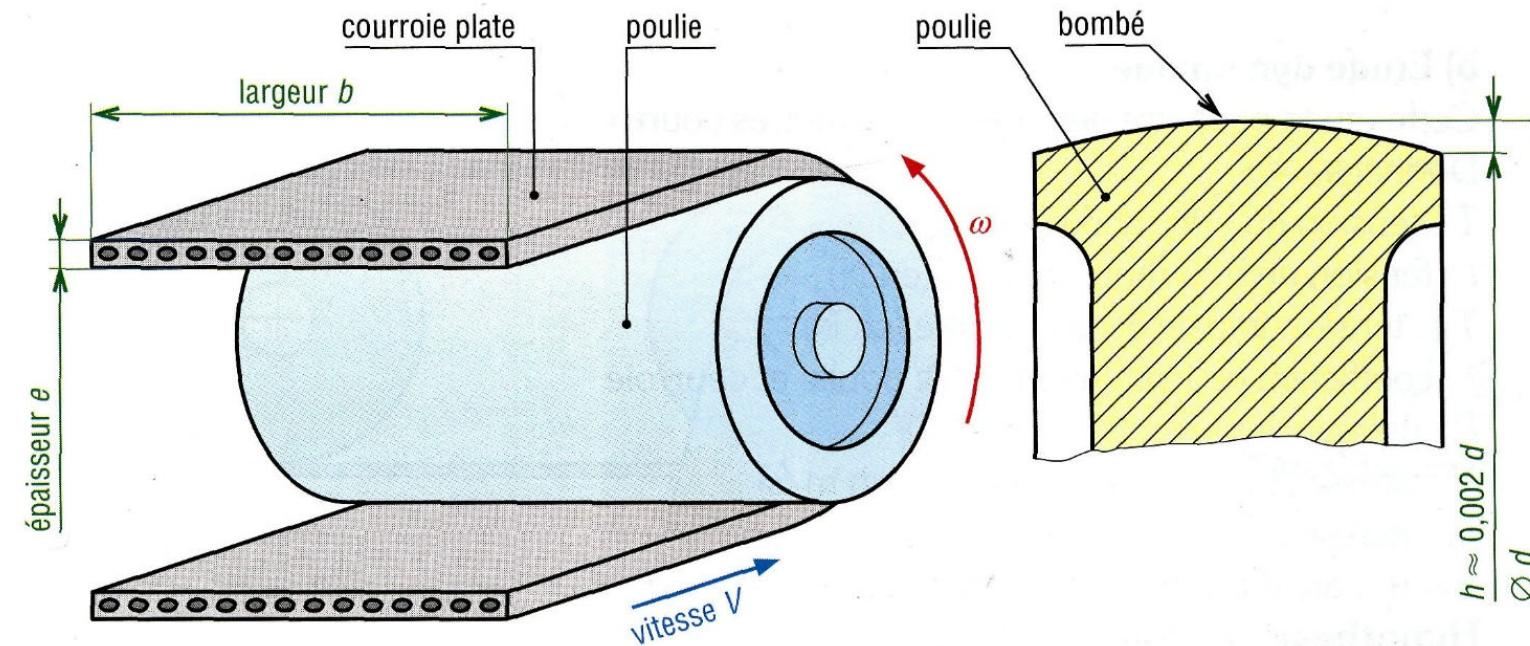


Comparaison des principaux systèmes de transmission de puissance						
	transmissions par engrenages	transmissions par roues et chaînes	transmissions poulies courroies			
			courroies crantées (synchrone)	courroies striées (poly-V)	courroies trapézoïdales (en V)	courroies plates
couples transmissibles	très élevés	élevés	assez élevés	modérés	moyens	faibles
puissances transmissibles	très élevées	élevées	assez élevées	modérées	élevées	faibles
vitesses limites (m/s)	80 à 100	13 à 20	60	60 à 80	40	80 à 100
rapport limite (ND/Nd) de la transmission	$<\frac{1}{8}$	$<\frac{1}{9}$	$<\frac{1}{10}$	$<\frac{1}{40}$	$<\frac{1}{15}$	$<\frac{1}{20}$
position des arbres	tous cas possibles*	parallèles	parallèles	parallèles et autres	parallèles	parallèles et autres
rendement (%)	≈ 98	≤ 97	≤ 98	≤ 98	70 à 96	≈ 98
tension initiale	inutile	faible	faible	assez élevée	peu élevée	élevée
durée de vie	élevée	assez élevée	limitée	limitée	limitée	limitée
lubrification	nécessaire	nécessaire	inutile	inutile	inutile	inutile
INCONVÉNIENTS	- entraxe précis - lubrification	- bruyantes - lubrification	- synchronisme non parfait	- moins économique	- rendement	- faibles couples
AVANTAGES	- synchronisme - précision - grands couples et grandes puissances - position des arbres	- assez bon synchronisme - supportent des tensions élevées et des basses vitesses	- entretien réduit - vitesses angulaires constantes	- flexibilité - silencieuses - diamètres d'enroulement faibles	- économique - encombrement réduit, permet les groupements en parallèle	- grandes vitesses - rendement - silencieuses - rapports de transmission

*arbres parallèles, perpendiculaires, orthogonaux et même de position quelconque

Courroies plates:

- Couples faibles
- Grandes vitesses (80-100m/s)
- Grands entraxes et grandes longueurs possibles



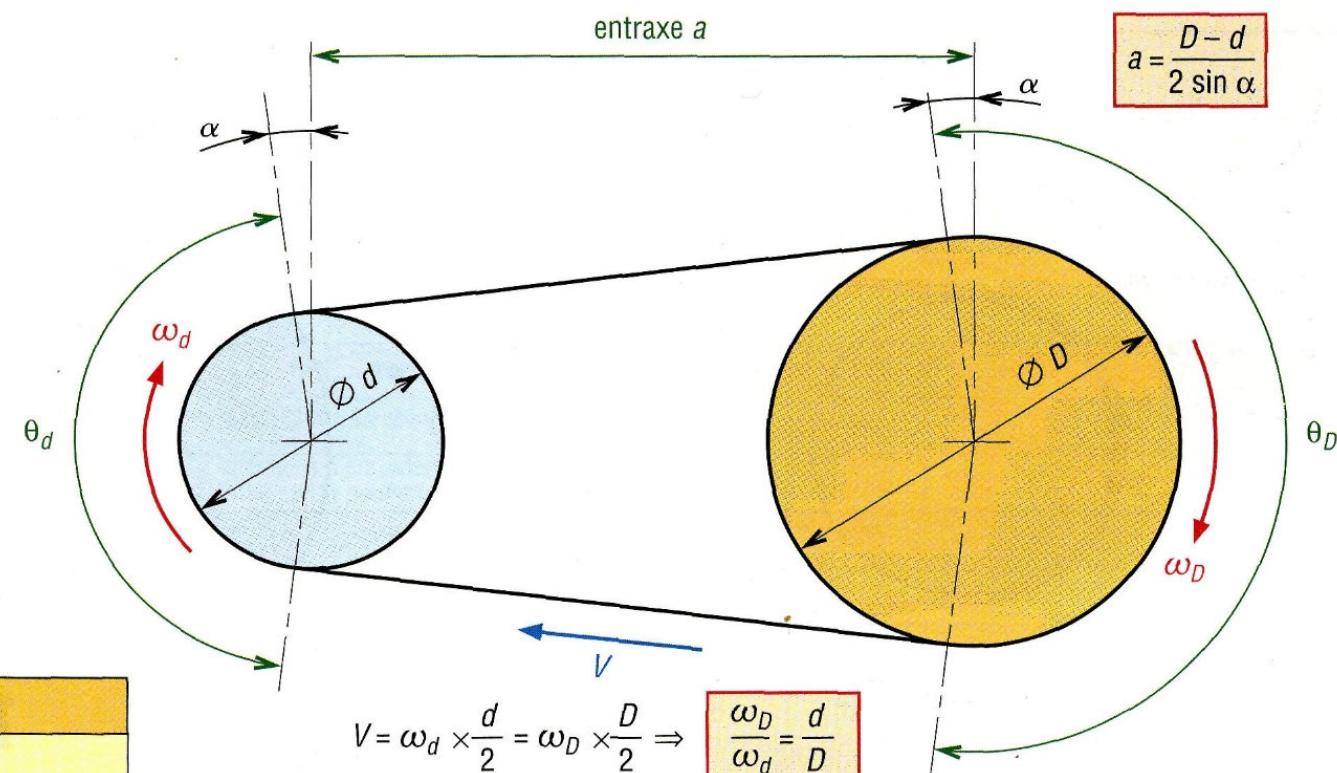
Courroies plates:

- Rapport de transmission

$$R = \frac{\omega_D}{\omega_d} = \frac{N_D}{N_d} = \frac{d}{D} = \frac{C_d}{C_D}$$

D, d: diamètres

C: moments sur les poulies



$$V = \omega_d \times \frac{d}{2} = \omega_D \times \frac{D}{2} \Rightarrow \frac{\omega_D}{\omega_d} = \frac{d}{D}$$

Longueurs des courroies et angles d'enroulement (notation $\sin^{-1} = \arcsin$)

courroies non croisées	courroies croisées
angles d'enroulement $\theta_d = 180^\circ - 2 \sin^{-1} \left(\frac{D-d}{2a} \right)$ $\theta_D = 180^\circ + 2 \sin^{-1} \left(\frac{D-d}{2a} \right)$	longueurs des courroies $L = [4.a^2 - (D-d)^2]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} (\theta_D \cdot D + \theta_d \cdot d)$ si α est petit : $L \approx 2a + \pi \left(\frac{D+d}{2} \right) + \frac{(D-d)^2}{4a}$
	$\theta_D = \theta_d = \theta = 180^\circ - 2 \sin^{-1} \left(\frac{D-d}{2a} \right)$ $L = [4a^2 - (D+d)^2]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \theta(D+d)$ $L \approx 2a + \pi \left(\frac{D+d}{2} \right) + \frac{(D+d)^2}{4a}$

Courroies plates:

- **Tensions:**

T = tension du brin tendu (en N)

t = tension du brin mou « $t < T$ » (en N)

T_0 = tension initiale de la courroie à l'installation (en N)

f = coefficient de frottement statique entre poulie et courroie

P = puissance transmissible (en W)

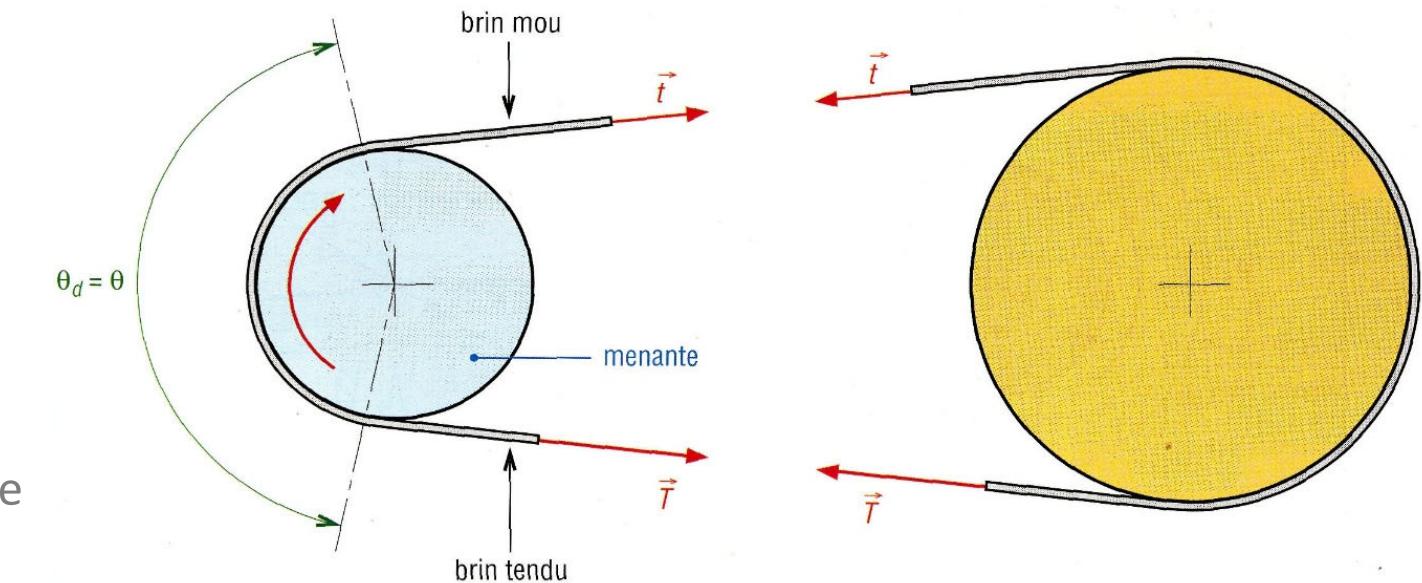
V = vitesse (linéaire) de la courroie (en m/s)

m = masse de 1 m de courroie (kg/m)

$\theta = \theta_d$: arc d'enroulement sur la petite poulie (en rad)

R = Rayon d'enroulement de la courroie (en m)

Les forces de frottement entre poulie et courroie sont supposées uniformes sur toute la longueur de l'arc d'enroulement.



$$\frac{T}{t} = e^{f\theta}$$

Sans force centrifuge sur la courroie

$$\frac{T - F_c}{t - F_c} = e^{f\theta}$$

Avec force centrifuge sur la courroie
qui réduit l'adhérence

$$\text{avec } F_c = \frac{mV^2}{R} = m\omega^2 R$$

Courroies plates:

- Couples (moments) transmis:
- Grande poulie

$$C_D = (T - t) \cdot \frac{D}{2}$$

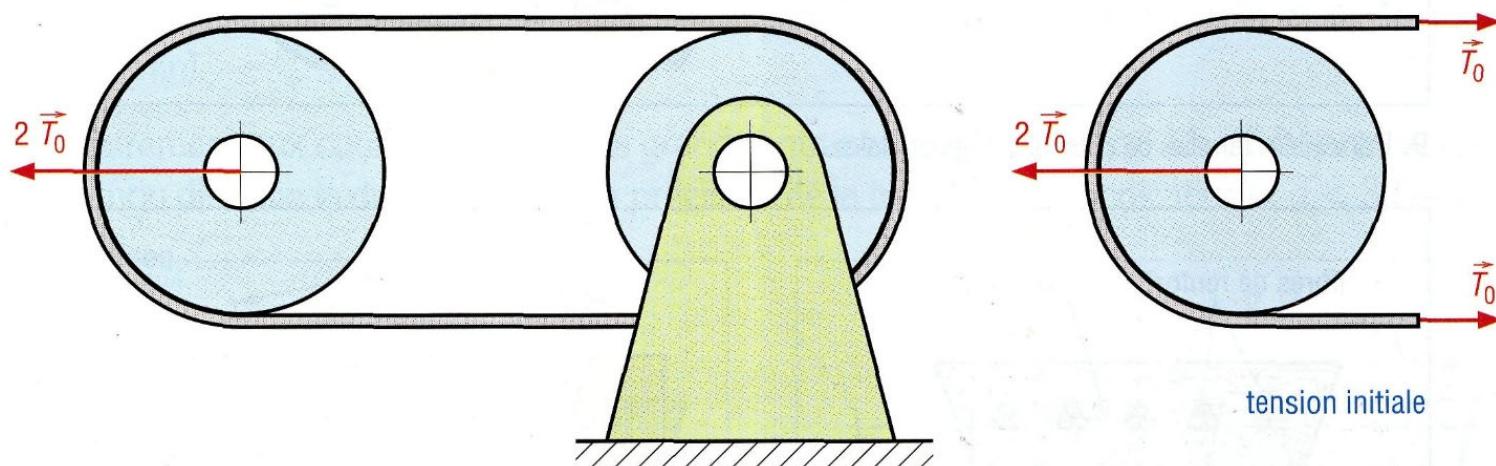
- Petite poulie

$$C_d = (T - t) \cdot \frac{d}{2}$$

- Tension T maximale admissible (Tmax) quand t est minimale:

$$T_0 = \frac{1}{2} \cdot (T + t)$$

$$T_{max} = 2 \cdot T_0$$



Courroies plates:

- Puissance transmissible:

$$P = (T - t) \cdot v$$

$$P = \frac{2 \cdot K_p K_v \cdot T_0}{K_s}$$

en pratique

P en watts

T0 en N

V en m/s

Kp : coefficient correcteur fonction du diamètre de la poulie

Kv : coefficient correcteur fonction de la vitesse (V) de la courroie

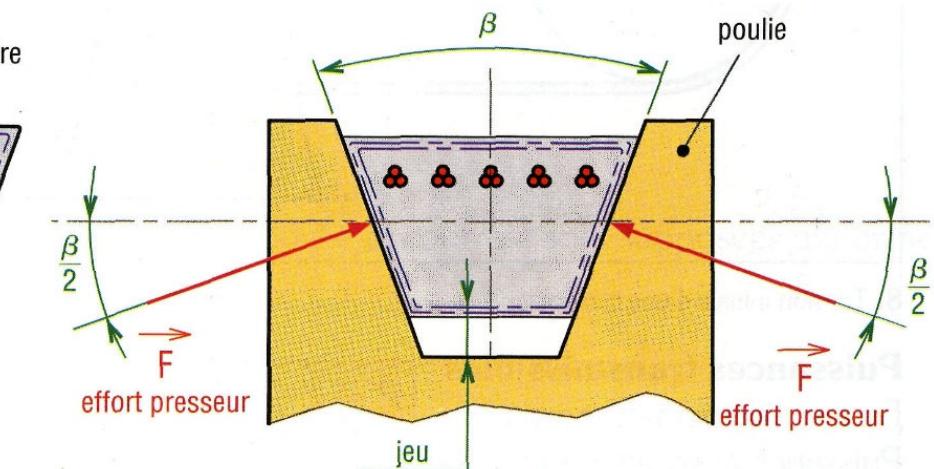
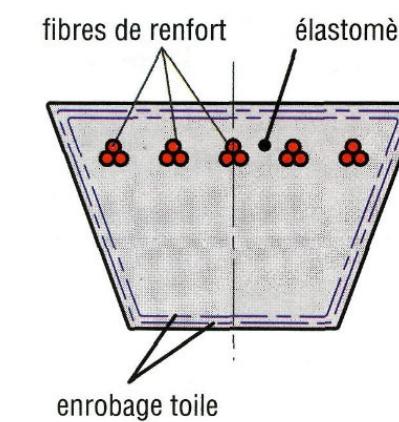
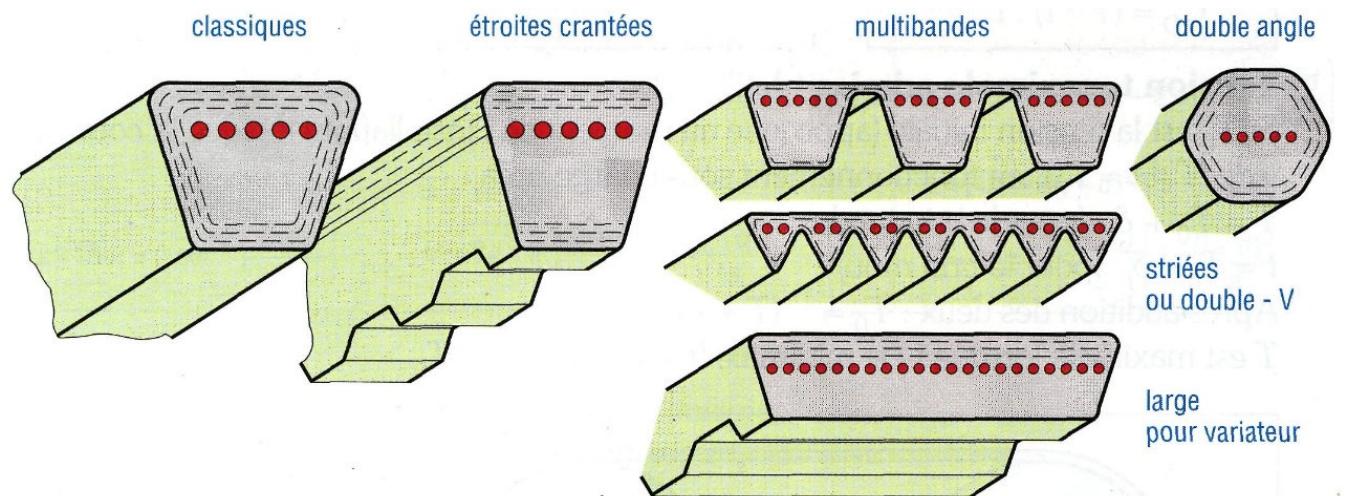
Ks : coefficient correcteur fonction des conditions de service

Courroies plates:

Courroies plates : extrait de dimensions (NF ISO 22)											
largeur courroie	16	20	25	32	40	50	63	71	80	90	diamètres poulies (ISO) <i>d</i>
largeur poulie correspondante	20	25	32	40	50	63	71	80	90	100	40 50 63 80 100 125 140 160 180 200 250 315 400 500 630 800 1 000 1 250 1 600 2 000
longueurs préférentielles	1000	1120	1250	1400	1600	1800	2000	2240	2500	900	
matériaux											Caractéristiques indicatives des courroies plates et rondes
polyamide (frottement <i>f</i> = 0,5 à 0,8)	épaisseur courroie (mm)			0,8	1,3		1,8	2,8		3,3	5 6,3
	diamètre d'enroulement mini sur la poulie (mm)			15	25		60	60		110	240 340
élastomère (uréthane... <i>f</i> = 0,7)	épaisseur courroie (mm)			0,9	1,6		2	2,3			
	diamètre d'enroulement mini sur la poulie (mm)			8	10 à 13		13 à 19	13 à 19			
U : aramide/uréthane C : aramide/chloropr. S : aramide/silicone	épaisseur courroie (mm)			0,9 (C)	1 (U)		1,1 (S)	1,9 (C)		2 (S-U)	3 (C)
	diamètre d'enroulement mini sur la poulie (mm)			12	15		15	25		25	50
courroies rondes (élastomère <i>f</i> = 0,7)	diamètre courroie (mm)			6,4	9,5		12,7	19			
	diamètre d'enroulement mini sur la poulie (mm)			38 à 50	57 à 76		76 à 100	127 à 180			

Courroies trapézoïdales:

- Les plus utilisées
- Plus de pression de contact augmente l'effort transmissible
- Courroies en parallèles sur la même poulie pour augmenter la puissance transmissible
- Vitesses entre 5 et 25m/s – Pas de grands entraxes



$$\frac{T - F_c}{t - F_c} = e^{f\theta/\sin(\beta/2)}$$

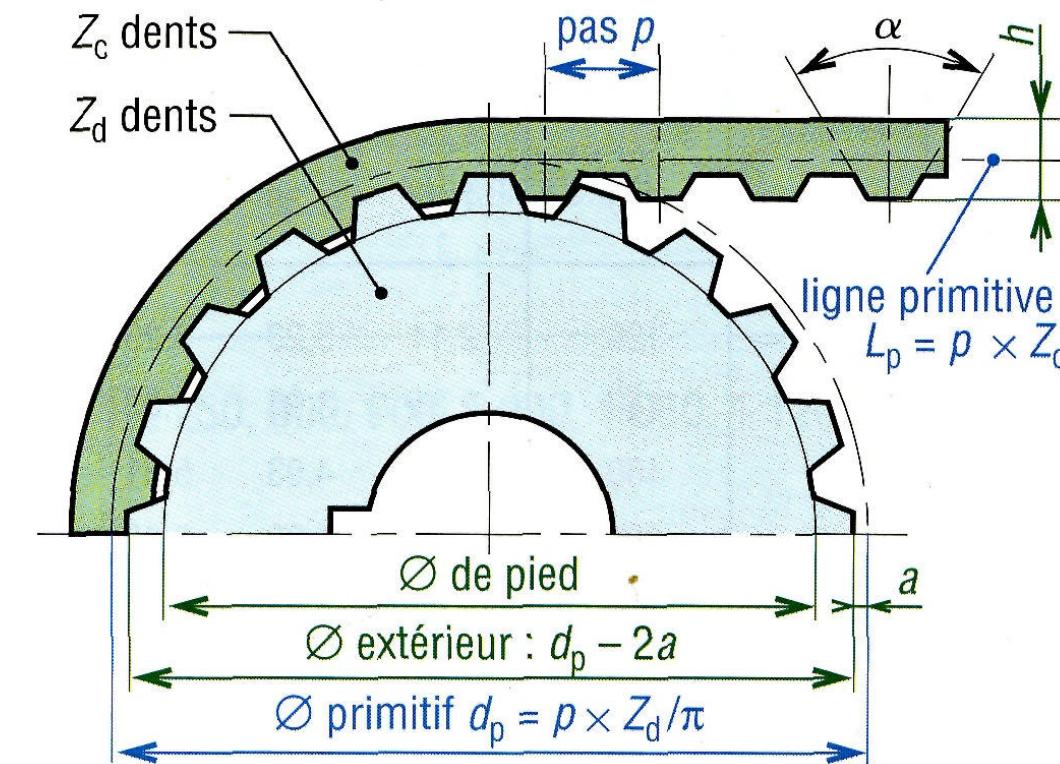
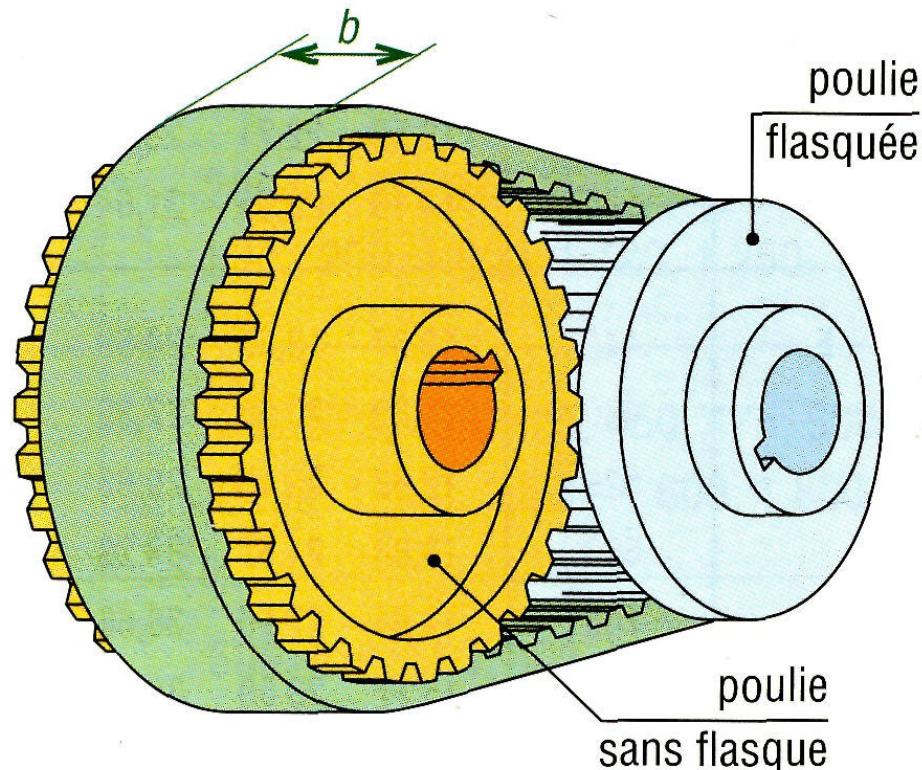
- Tension transmissible:

$$T = 3 \text{ a } 5 \times t$$

Courroies crantées ou synchrones:

- Courroies plates crantées
- Engrènement sans glissement
- Similaire à une chaîne en plus souple

$$R = \frac{\omega_D}{\omega_d} = \frac{d}{D} = \frac{Z_d}{Z_D} = \frac{C_d}{C_D}$$



Courroies crantées ou synchrones:

- Calculateur:

<https://www.tanals.com/fr/formulaire-calcul-transmission>

- Exemples de résistance à la tension:

<https://www2.habasit.com/productpdfs/HabaSYNC/t5-a-02-fr-fr.pdf>

https://www.sit-antriebstechnik.ch/download_temp/ELA-flex%20SD-F.pdf



Courroies rondes:

- Pour petits mécanismes
- Fonctionne par adhérence
- Vérifier le diamètre mini de poulie

$$R = \frac{\omega_D}{\omega_d} = \frac{d}{D} = \frac{C_d}{C_D}$$

